

## 4. ZADANIA NA CVIČENIE 12.3.

**Axiómy usporiadania**

**33.** Pre ľubovoľné dva rôzne body  $A, B$  platí:  $\overrightarrow{AB} \cup \overrightarrow{BA} = \overleftrightarrow{AB}$ . Dokážte.

**34.** Na prednáške sme pomocou Paschovej axiómy čiastočne dokázali separačnú vlastnosť v rovine (U4S), ktorá znela nasledovne:

Pre priamku  $p$  a body  $A, B, C$  neležiace na tejto priamke platí:

- (i) Ak  $A$  a  $B$  ležia na tej istej strane od priamky  $p$  a  $B$  a  $C$  ležia na tej istej strane od priamky  $p$ , potom aj  $A$  a  $C$  ležia na tej istej strane od priamky  $p$ .
- (ii) Ak  $A$  a  $B$  ležia na opačných stranách od priamky  $p$  a  $B$  a  $C$  ležia na opačných stranách od priamky  $p$ , potom  $A$  a  $C$  ležia na tej istej strane od priamky  $p$ .
- (iii) Ak  $A$  a  $B$  ležia na opačných stranách od priamky  $p$  a  $B$  a  $C$  ležia na tej istej strane od priamky  $p$ , potom  $A$  a  $C$  ležia na opačných stranách od priamky  $p$ .

Doplňte dôkaz tejto vety, čiže:

- (a) overte, že tvrdenie (iii) je dôsledkom tvrdení (i) a (ii);
- (b) presvedčte sa, že veta platí, ak  $A = B$  alebo  $A = C$  alebo  $B = C$ ;
- (c) vychádzajúc z faktu, že veta je dokázaná pre prípad, keď  $A, B$  a  $C$  sú nekolineárne, ukážte, že tvrdenie (ii) platí aj keď  $A, B$  a  $C$  sú rôzne kolineárne body.

**35.** Na množine  $\{0, 1, 2, 3, 4\}$  s aritmetikou modulo 5 nech

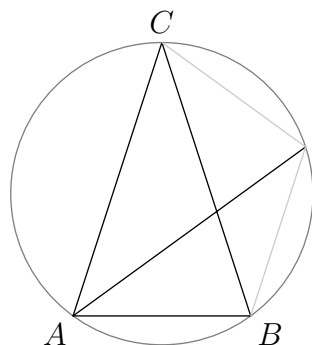
$$a * b * c \text{ práve vtedy, keď } b = \frac{a + c}{2}.$$

Overte, že takto definovaná relácia usporiadania spĺňa axiómy U1, U2, U3.

## DOMÁCA ÚLOHA (DO 19.3.)

**Euklidova konštrukcia pravidelného päťuholníka**

**36.** Nech  $\triangle ABC$  je rovnoramenný trojuholník, v ktorom uhol pri základni trojuholníka je dvojnásobkom uhla pri vrchole, a nech  $k$  je kružnica opísaná tomuto trojuholníku. Ukážte, že základňa trojuholníka  $\triangle ABC$  je stranou pravidelného päťuholníka vpísaného do kružnice  $k$ , a rameno trojuholníka je jeho uhlopriečkou. (Tip: uvažujte priesečník osi uhla pri základni  $\triangle ABC$  s kružnicou  $k$  a skúmajte trojuholníky, ktoré Vám vzniknú. Nápomocné je aj cvičenie 18.)



**37.** Na základe cvičení 27, 19, 28, 29 a 36 navrhňte konštrukciu pravidelného päťuholníka vpísaného do danej kružnice. Päťuholník si podľa tejto konštrukcie aj narysujte!

**Axiómy usporiadania**

**38.** Nech  $A * B * C$  a  $A * C * D$ , potom  $A * B * D$ .

(Nápoveda: z prednášky máte dôkaz, že za daných predpokladov platí  $B * C * D$ . Pre dôkaz  $A * B * D$  uvažujte priamku  $\overleftrightarrow{XB}$ .)

**39.** (Paschova veta) Nech  $A * B * C$  a  $B * C * D$ . Potom  $A * B * D$  a  $A * C * D$ . Dokážte.

**40.** Ak  $A * B * C$ , potom  $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AC}$ . Dokážte.