

ZLEPŠENIE KVALITY OBRAZU (PREDSPRACOVANIE OBRAZU)

- Sú to operácie s obrazmi na najnižšej úrovni abstrakcie – aj vstup aj výstup sú ikonické dáta, ktoré obsahujú veľkosť jasú v každom obrazovom bode.
- Cieľom predspracovania je zlepšenie kvality obrazových dát, ktorá potlačí neželané deformácie a skreslenia alebo zlepši niektoré črty obrazu, ktoré sú dôležité z hľadiska ďalšieho spracovania.
- Existujú tri základné typy metód predspracovania:
 - * Jasové transformácie – transformácia závisí od vlastností pixela samotného
 - * Geometrické transformácie
 - * Lokálne predspracovanie – transformácie závisí od samotného pixla a jeho okolia

• Jasové transformácie

Dve skupiny jasových transformácií

- *Jasové korekcie*
 - *Šedotónové transformácie*
- Jasové korekcie modifikujú jas pixla, berúc do úvahy jeho hodnotu a jeho polohu v obraze
 - o $f(i, j) = e(i, j) g(i, j)$, kde $e(i, j)$ je multiplikatívny koeficient chyby
 - o ak nameriame obraz s konštantným jasom c , potom

$$g(i, j) = \frac{c \cdot f(i, j)}{f_c(i, j)}$$

- Šedotónové transformácie menia jasovú úroveň bez ohľadu na pozíciu v obraze.
 $q = T(p)$

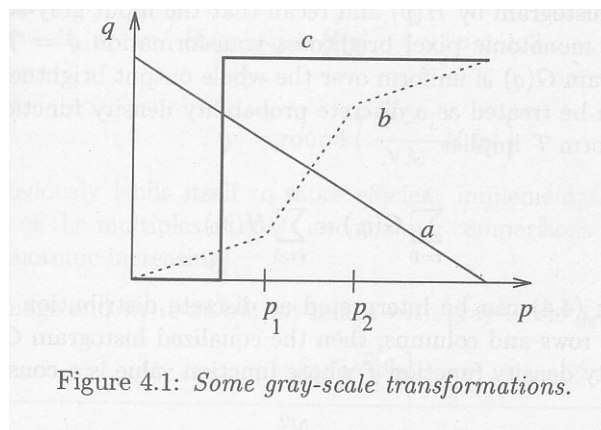


Figure 4.1: Some gray-scale transformations.

Na obr. **a** je negatívna transformácia, **b** zvýrazňuje kontrast medzi hodnotami p_1 a p_2 a **c** je transformácia, ktorá sa nazýva jasové prahovanie a jej výsledkom je čiernobiely obraz.

- Najčastejšie používané šedotónové transformácie sú:

- Rozťahnutie jasového intervalu – $q = (q_k - q_0)(p - a)/(b - a) + q_0$
- Ekvalizácia histogramu
- Pseudofarebné transformácie – jasovým úrovňam sú priradené farby, ľudské oko ich vníma senzitívnejšie ako jasové zmeny

Ekvalizácia histogramu

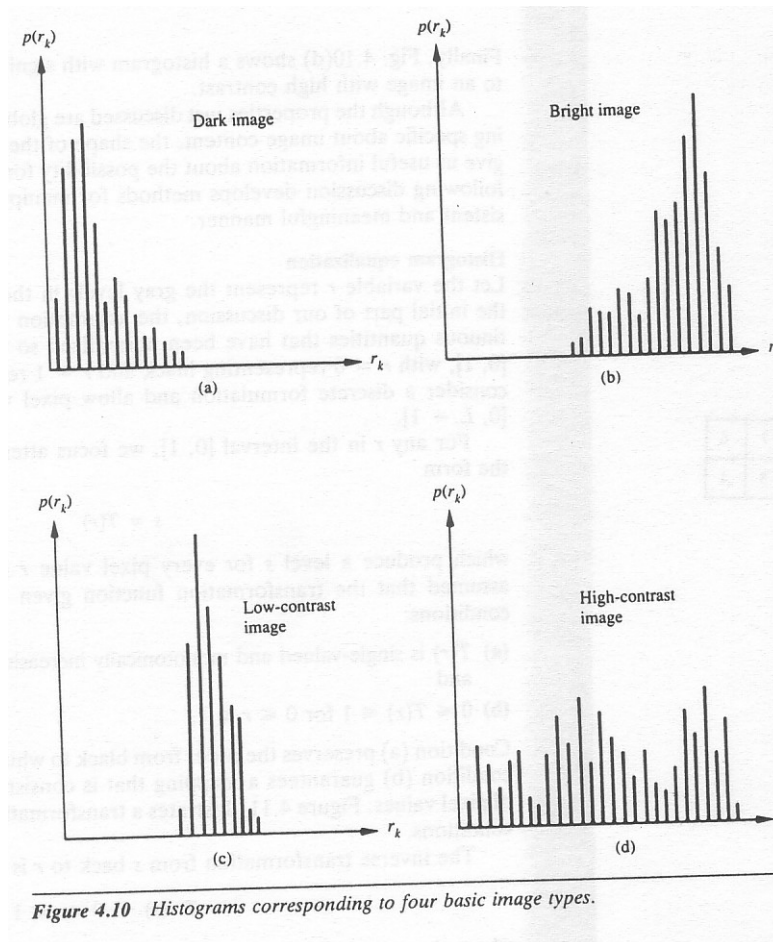


Figure 4.10 Histograms corresponding to four basic image types.

- Cieľom ekvalizácie histogramu je vytvoriť obraz s rovnako rozloženými jasovými úrovňami v celej jasovej škále.

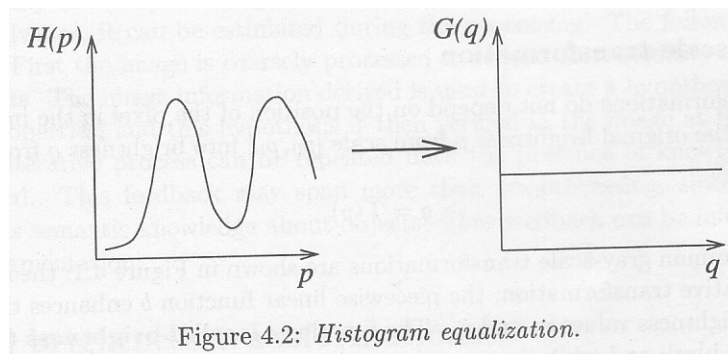


Figure 4.2: Histogram equalization.

Na histogram sa môžeme pozerat' ako na diskretnú funkciu hustoty pravdepodobnosti. Môžeme napísať

$$\sum_{i=0}^k G(q_i) = \sum_{i=0}^k H(p_i).$$

Ekvalizovaný histogram $G(q)$ zodpovedá uniformnej funkcii hustoty pravdepodobnosti f , ktorej funkčné hodnoty sú konštantné:

$$f = \frac{N^2}{q_k - q_0}$$

Ekvalizovaný histogram dostaneme iba pre idealizovanú spojitú funkciu hustoty pravdepodobnosti, vtedy sa prvá rovnica dá napísať ako

$$N^2 \int_{q_0}^q \frac{1}{q_k - q_0} ds = \frac{N^2(q - q_0)}{q_k - q_0} = \int_{p_0}^p H(s) ds$$

a z toho možno transformáciu T napísať ako

$$q = T(p) = \frac{q_k - q_0}{N^2} \int_{p_0}^p H(s) ds + q_0$$

Diskrétna aproximácia je

$$q = T(p) = \frac{q_k - q_0}{N^2} \sum_{i=p_0}^p H(i) + q_0$$

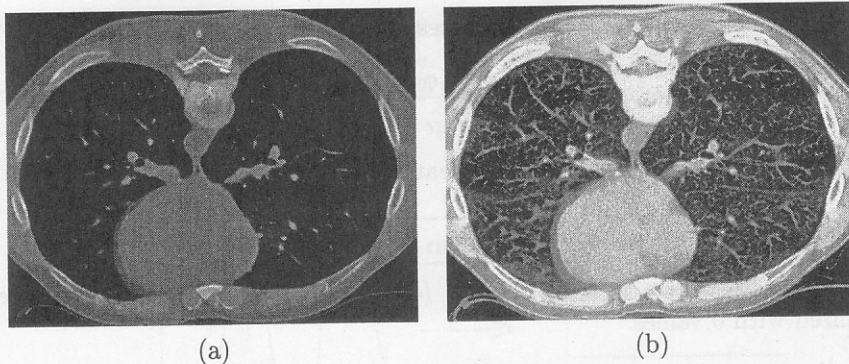


Figure 4.3: *Histogram equalization: (a) original image; (b) equalized image.*

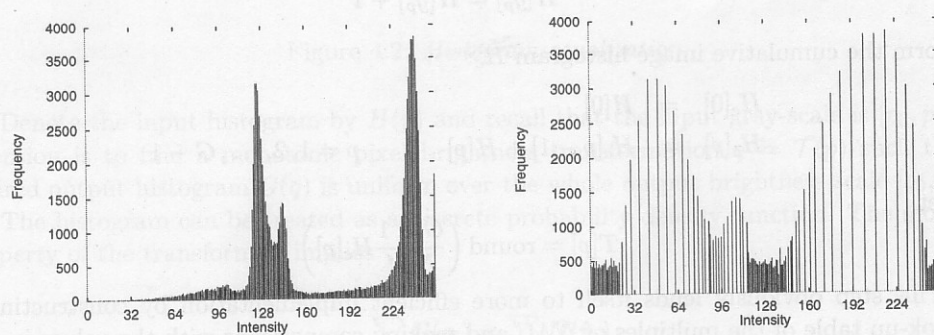


Figure 4.4: *Histogram equalization: Original and equalized histograms corresponding to Figure 4.3a,b.*

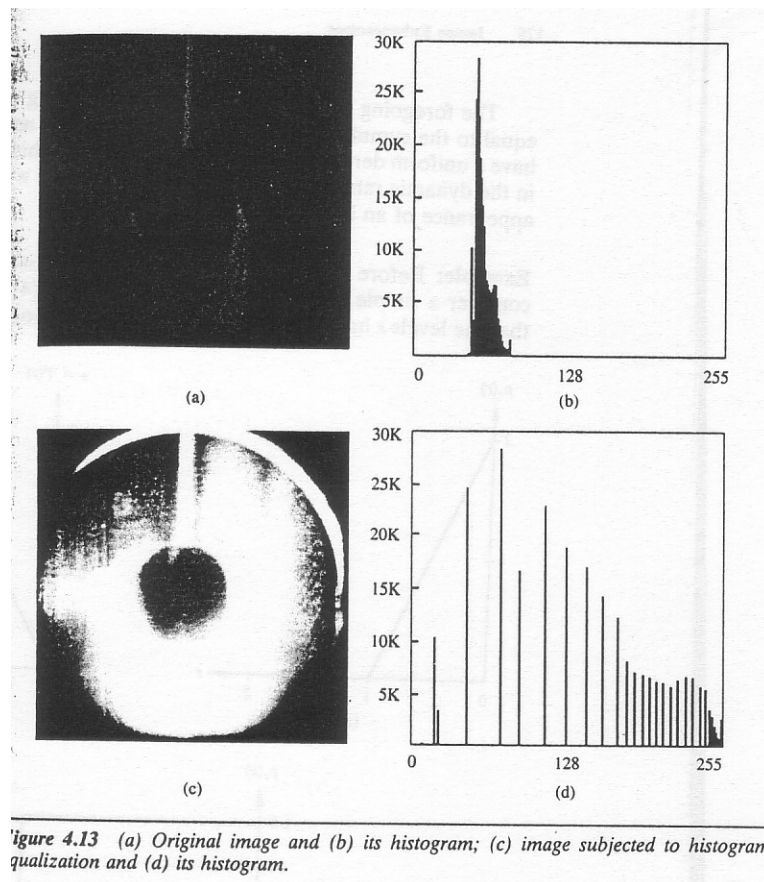
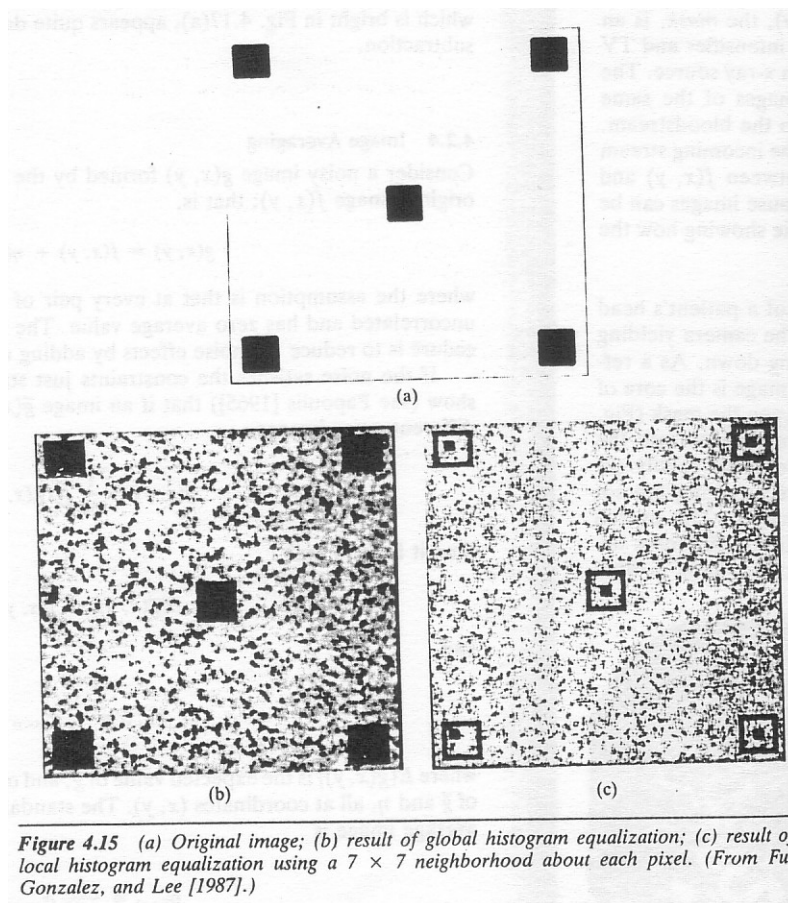


Figure 4.13 (a) Original image and (b) its histogram; (c) image subjected to histogram equalization and (d) its histogram.

Postup pri ekvalizácii histogramu sa dá zovšeobecniť na dosiahnutie ľubovoľnej špecifikovanej funkcie hustoty pravdepodobnosti a nazýva sa špecifikácia histogramu.

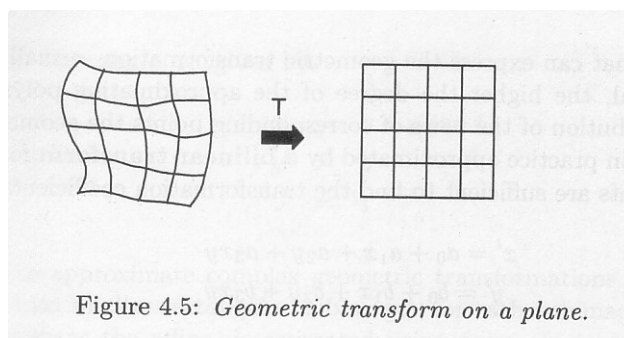
Ekvalizácia histogramu je postup, ktorý výslednú transformáciu používa globálne na celý obraz, pričom niekedy je nutné dosiahnuť lokálne zlepšenie so zohľadnením rozloženia úrovni jasů v danom mieste. Tam sa dá použiť **technika lokálneho zlepšenia**, ktorá vypočíta transformáciu $T(p)$ pre okno určenej veľkosti so stredom v danom pixli, táto transformácia sa použije na zmenu hodnoty tohto pixla, okno sa posunie o jeden pixel doprava (dolu) a počíta sa znovu.



Geometrické transformácie

- Geometrické transformácie umožňujú eliminovať geometrické deformácie, ktoré sa môžu objaviť pri snímaní obrazu.

o vzorec $x' = T_x(x,y)$ $y' = T_y(x,y)$



- Geometrická transformácia typicky pozostáva z dvoch základných krokov:
 - Transformácia pixlových súradníc

- *Jasová interpolácia* – jas sa vypočíta ako interpolácia jasu v niekoľkých bodoch okolia
- Transformácia pixlových súradníc mapuje súradnice pixla vstupného obrazu na obrazový bod výstupného obrazu; často sa používajú *afinné a bilinéarne* transformácie.

$$x' = \sum_{r=0}^m \sum_{k=0}^{m-r} a_{rk} x^r y^k \quad y' = \sum_{r=0}^m \sum_{k=0}^{m-r} b_{rk} x^r y^k$$

používajú sa polynómy stupňa $m = 2$ alebo 3 , potrebujú 6 až 10 zodpovedajúcich bodov

- o bilinéarna transformácia – stačia 4 páry bodov
 - $x' = a_0 + a_1x + a_2y + a_3xy$
 - $y' = b_0 + b_1x + b_2y + b_3xy$
- o afinná transformácia – stačia 3 páry bodov
 - $x' = a_0 + a_1x + a_2y$
 - $y' = b_0 + b_1x + b_2y$
 - afinné transformácie obsahujú také transformácie ako rotáciu, transláciu, škálovanie, zošikmenie
- o geometrické transformácie aplikované na celý obraz môžu zmeniť súradnicový systém a Jacobián J dáva informáciu ako sa mení:
 - $J = \left| \frac{\partial(x', y')}{\partial(x, y)} \right|$
 - ak transformácia nemá inverznú, tak $J = 0$, ak plocha obrazu je invariantná vzhľadom na transformáciu, tak $J = 1$.
 - pre bilinéarnu transformáciu
 - $J = a_1b_2 - a_2b_1 + (a_1b_3 - a_3b_1)x + (a_3b_2 - a_2b_3)y$
 - a pre afinnú transformáciu
 - $J = a_1b_2 - a_2b_1$

Príklady geometrických transformácií:

otočenie o uhol φ

- $x' = x \cos \varphi + y \sin \varphi$
- $y' = -x \sin \varphi + y \cos \varphi$
- $J = 1$

zmena škály

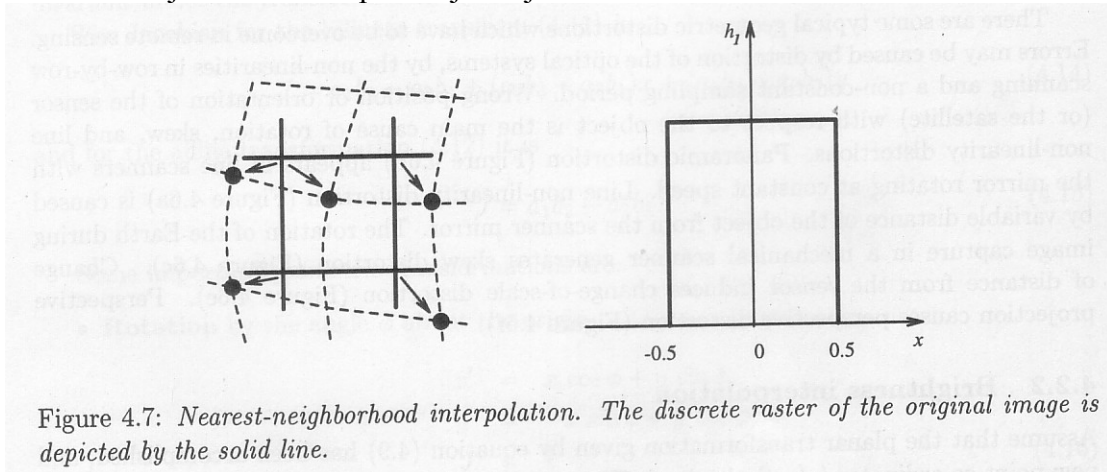
- $x' = ax$
- $y' = by$
- $J = ab$

zošikmenie o uhol φ

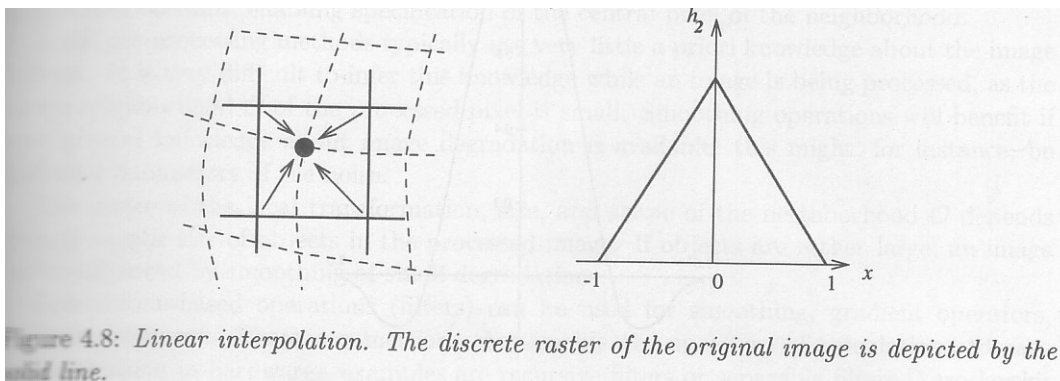
- $x' = x + y \tan \varphi$
- $y' = y$

- $J = 1$

- Súradnice výstupného pixla obyčajne nezodpovedajú digitálnej mriežke a preto sa používa interpolácia na určenie jasů výstupného pixla; *interpolácia najbližšieho suseda*, *lineárna interpolácia* a *bikubická interpolácia* sa používajú najčastejšie.
 - o najbližší sused – priradí jas najbližšieho známeho bodu



- o lineárna – priradí lineárnu kombináciu 4 susedov



- o bikubická potrebuje 16 susedných bodov v tvare mexického klobúka, najlepšie aproximuje

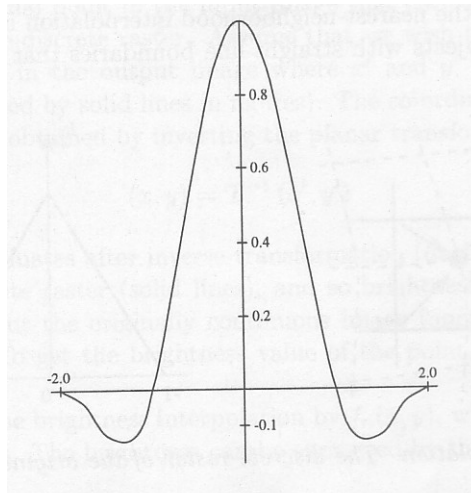


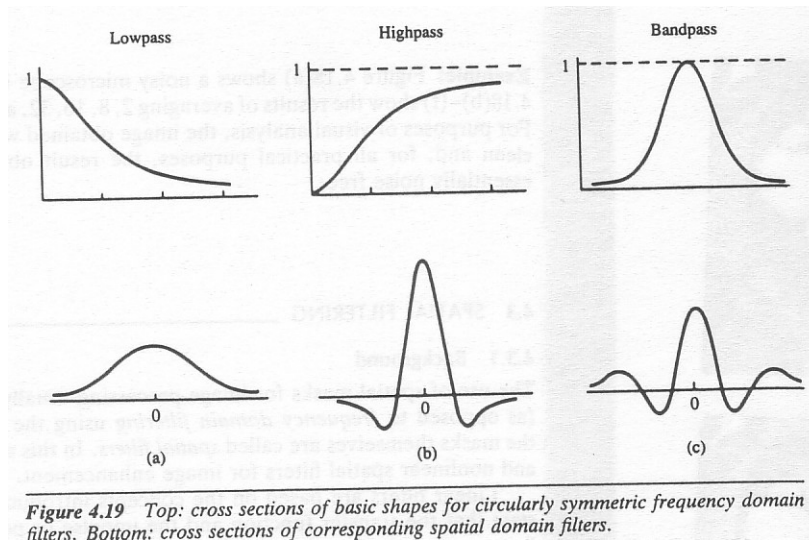
Figure 4.9: *Bi-cubic interpolation kernel.*

Lokálne predspracovanie

- Metódy lokálneho predspracovania používajú malé okolie obrazového bodu (obyčajne štvorcové) zo vstupného obrazu na vytvorenie novej jasovej hodnoty obrazového bodu vo výstupnom obraze. Také operácie sa nazývajú filtrácie.
- Predspracovanie môže sledovať dva ciele: *vyhladzovanie* a *ostrenie* - (*zvýraznenie hrán*).
 - o vyhladzovanie – rozostruje hrany, lebo potláča vyššie frekvencie
 - o detekcia hrán – potláča nižšie frekvencie, zvýrazňuje aj šum
 - o to je protichodné, ale niektoré techniky robia oboje
- Iná klasifikácia metód lokálneho predspracovania rozlišuje lineárne a nelineárne transformácie
 - o Lineárne– keď nová hodnota je lineárnou kombináciou hodnôt z lokálneho okolia

$$f(i, j) = \sum_{(m, n) \in O} h(i - m, j - n) g(m, n)$$

- o Tento vzorček zodpovedá diskretnej konvolúcii s jadrom h , ktoré sa nazýva konvolučná maska, pričom m, n sú z nejakého okolia bodu (i, j) . Konvolučné operátory (filtre) môžu byť použité pre vyhladzovanie aj detekciu hrán.
- Vzťah medzi priestorovými a frekvenčnými filtermi (pre lineárne filtre)



Vyhladzovanie obrazu

- Cieľom vyhladzovania je potlačiť šum alebo malé fluktuácie v obraze s využitím redundancie (nadbytočnosti) obrazových dát; je ekvivalentný potlačeniu vyšších frekvencií v obore Fourierovej transformácie, čiže nízkofrekvenčnému frekvenčnému filtru. Ten sa v diskretnom prípade aproximuje najlepšie koeficientmi 1 v každom pixli konvolučnej masky, pričom výsledok predelíme súčtom koeficientov masky, aby sme výstupnú hodnotu nedostali mimo povoleného intervalu. Takýto postup zodpovedá obyčajnému priemerovaniu.
- Vyhladzovanie je založené na priemerovaní jasových hodnôt v nejakom okolí pixla. Jeho nevýhodou je rozmazávanie hrán. Sofistikovanejšie metódy redukujú rozmazávanie hrán priemerovaním v homogénnom okolí.

ak uvažujeme, že $f(x, y) = g(x, y) + v(x, y)$, potom

$$\frac{g_1 + \dots + g_n}{n} + \frac{v_1 + \dots + v_n}{n} \text{ popisuje priemerovanie, pričom druhý člen je}$$

náhodná premenná s nulovou strednou hodnotou a štandardnou odchýlkou $\sigma/\sqrt{n}$, čiže šum sa znižuje o faktor odmocnina z n

- o konvolučná maska pre bežné priemerovanie 3 x 3 je

$$h = \frac{1}{9} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

- o so zvýraznením stredného bodu – lepšie zodpovedá gaussovskému šumu

$$h = \frac{1}{10} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \quad \text{alebo} \quad h = \frac{1}{16} \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 4 & 2 \\ 1 & 2 & 1 \end{bmatrix}$$

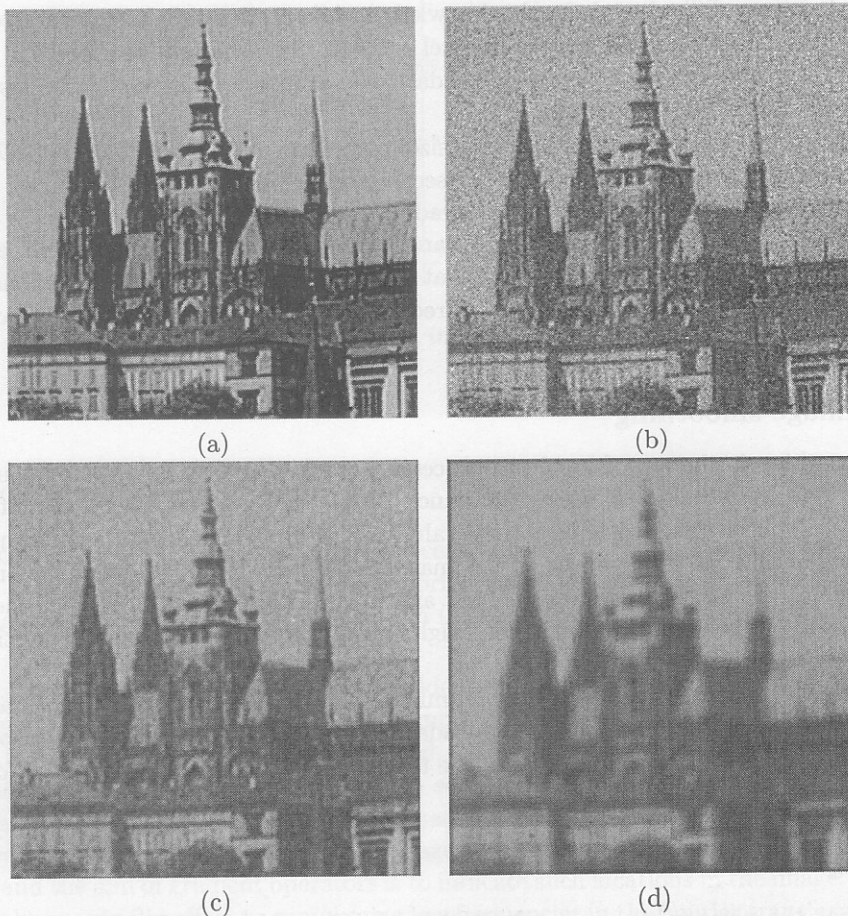


Figure 4.10: Noise with Gaussian distribution and averaging filters: (a) original image; (b) superimposed noise (random Gaussian noise characterized by zero mean and standard deviation equal to one-half of the gray-level standard deviation of the original image); (c) 3×3 averaging; (d) 7×7 averaging. Compare with noise reduction results shown in Figures 12.9 and 12.10.

o priemerovanie s obmedzením platnosti dát

$$h(i, j) = 1 \text{ ak } g(m+n, n+j) \in [\min, \max] \text{ a } 0 \text{ inak.}$$

iná možnosť je taká, že hodnota pixla sa nahradí priemerovanou hodnotou iba ak zmena je v určitom intervale.

- o priemerovanie s inverzným gradientom (zmena jasu vo vnútri oblasti je menšia ako medzi oblasťami)
- o priemerovanie používajúce rotujúcu masku

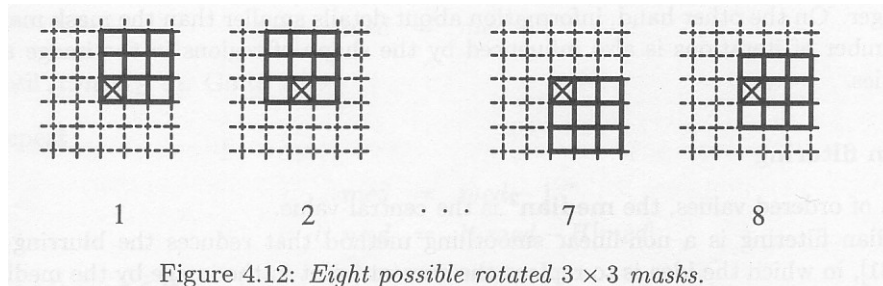


Figure 4.12: *Eight possible rotated 3×3 masks.*

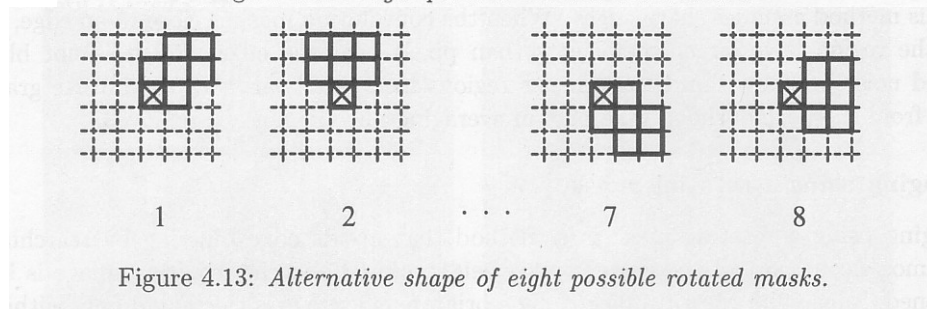


Figure 4.13: *Alternative shape of eight possible rotated masks.*

- Mediánová filtrácia je nelineárna operácia; redukuje rozmazanie hrán tým, že nahrádza hodnotu obrazového bodu mediánom jasových hodnôt susedov v stanovenom okolí
 - o dobre redukuje impulzný šum

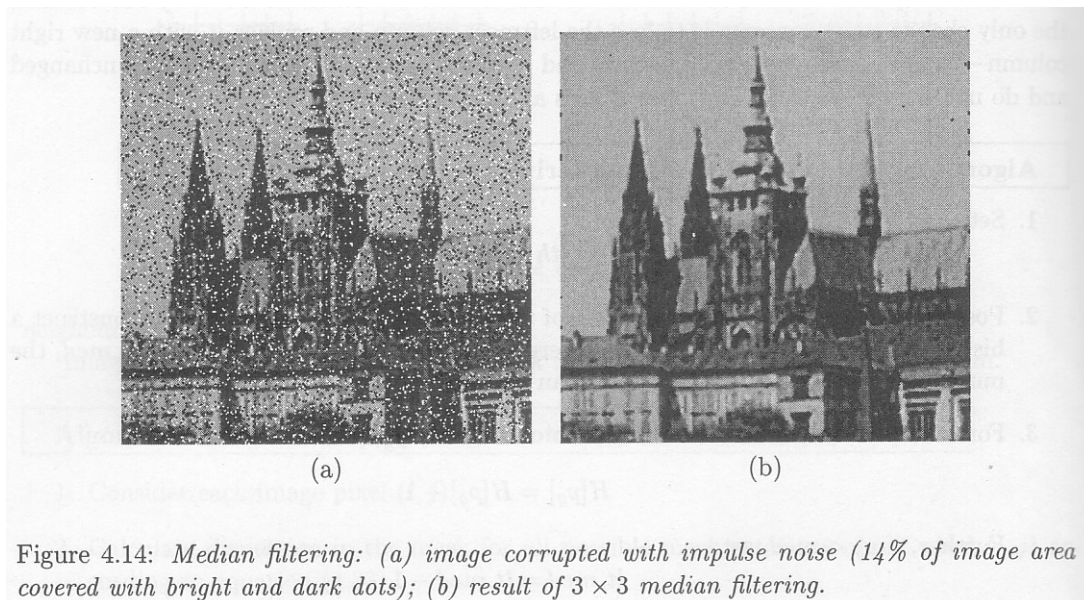
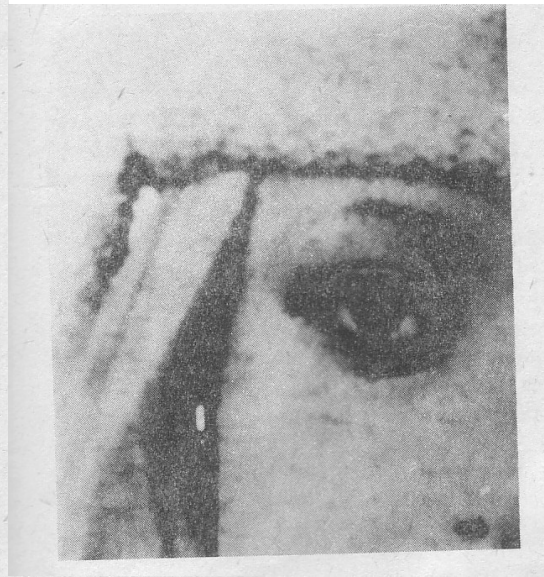
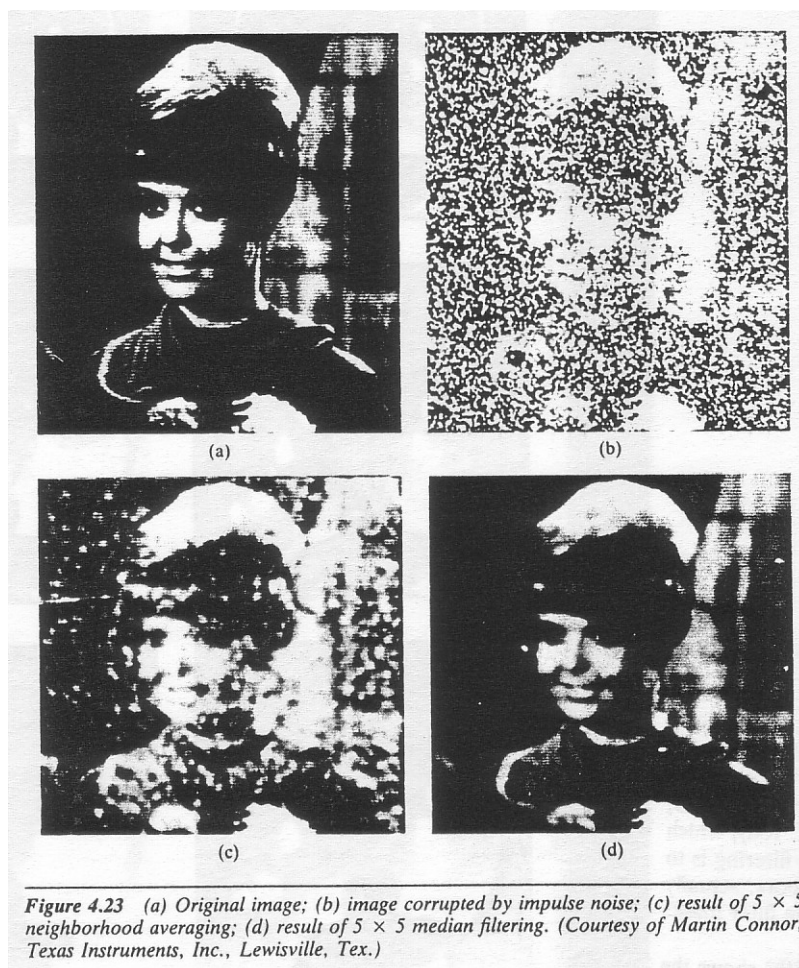
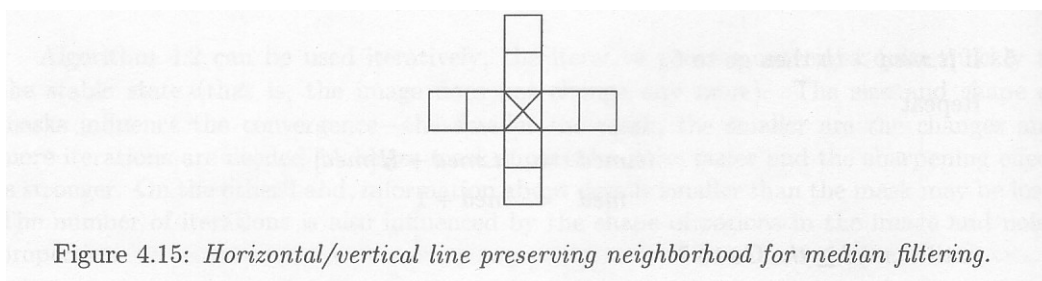


Figure 4.14: *Median filtering: (a) image corrupted with impulse noise (14% of image area covered with bright and dark dots); (b) result of 3×3 median filtering.*





o môžu sa zničiť tenké čiary a ostré rohy v obraze – použije sa iné okolie



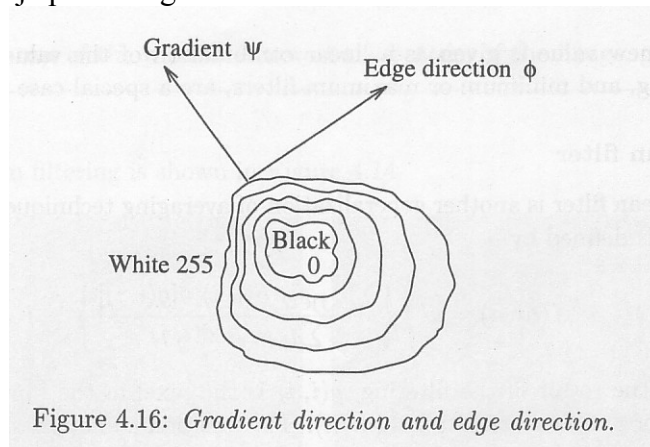
Ostrenie obrazu

Hranové detektory (Gradientné operátory)

- Ostrenie obrazu zvyrazňuje hrany – to sú miesta, kde sa obrazová funkcia rýchlo mení; má rovnaký efekt ako potlačenie nízkych frekvencií v obore Fourierovej transformácie, čiže zodpovedá použitiu vysokofrekvenčného filtra.
- Vysokofrekvenčnému filtru zodpovedá maska

$\frac{1}{9} \times \begin{bmatrix} -1 & -1 & -1 \\ -1 & 8 & -1 \\ -1 & -1 & -1 \end{bmatrix}$, ktorá môže mať aj záporné hodnoty, čo sa rieši posunom do intervalu $[0, L - 1]$.

- Vzhľadom na to, že priemerovanie je analogické integrovaniu a vyhladzuje obraz, derivovanie by malo mať opačný efekt a ostríť obraz. Najprirodzenejšou metódou derivovania je použitie gradientu

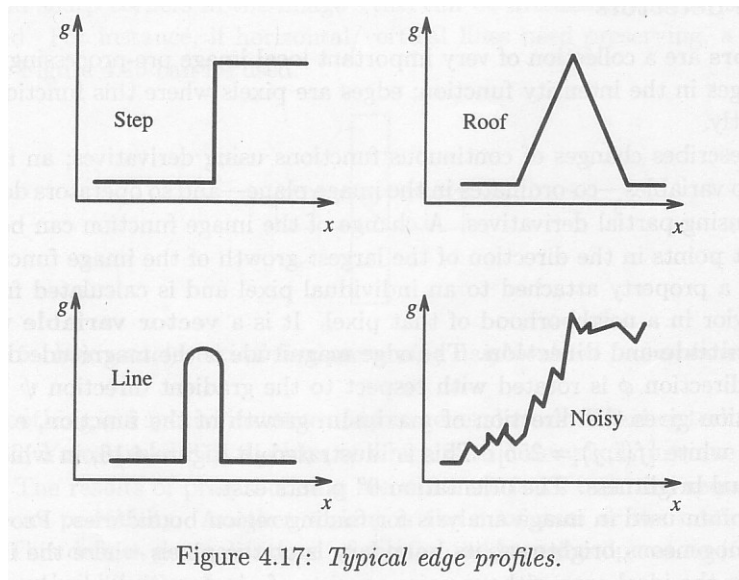


- Hrana je vlastnosť, ktorá je priradená k jednotlivému pixlu a počíta sa z priebehu obrazovej funkcie v okolí toho pixlu. Hrana má dva komponenty, veľkosť, ktorá je totožná s veľkosťou gradientu a smer, ktorý kolmý na smer gradientu.

o veľkosť gradientu a jeho smer ϕ sa v spojitom prípade určujú podľa vzorca

$$|\text{grad } g(x, y)| = \sqrt{\left(\frac{\partial g}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial g}{\partial y}\right)^2} \quad \text{a} \quad \phi = \arg\left(\frac{\partial g}{\partial x}, \frac{\partial g}{\partial y}\right), \text{ kde } \arg(x, y) \text{ je uhol (v radiánoch z osi } x \text{ ku bodu } (x, y)).$$

- typické profily hrán sú zobrazené na obr., niekedy sa volia operátory špecificky na niektorý typ hrany



- o niekedy nás zaujíma len veľkosť – bez ohľadu na orientáciu – vtedy nasadíme Laplacián

$$\nabla^2 g(x, y) = \frac{\partial^2 g(x, y)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 g(x, y)}{\partial y^2}$$

- o ostrenie obrazu
 - $f(i, j) = g(i, j) - C S(i, j)$, kde C je kladný koeficient, ktorý udáva silu ostrenia a $S(i, j)$ je miera strmosti obrazu, meraná gradientným operátorom (často sa používa Laplacián).

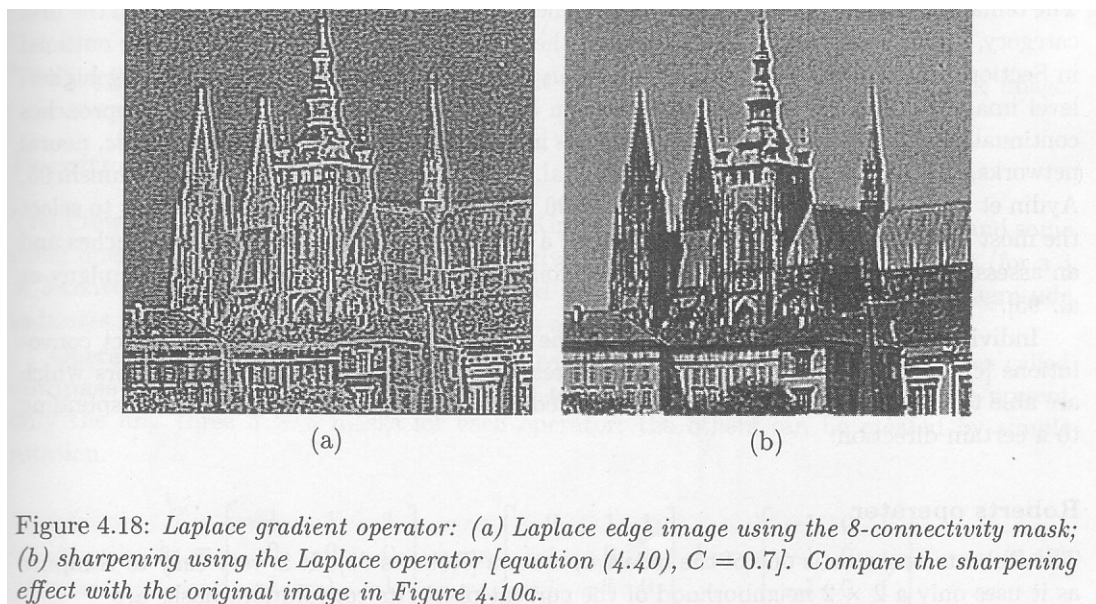


Figure 4.18: Laplace gradient operator: (a) Laplace edge image using the 8-connectivity mask; (b) sharpening using the Laplace operator [equation (4.40), $C = 0.7$]. Compare the sharpening effect with the original image in Figure 4.10a.

- samozrejme na diskretný obraz sa nedajú využiť derivácie, ale tie sa nahrádzajú diferenciami
 - o $\Delta_i g(i, j) = g(i, j) - g(i - n, j)$
 - o $\Delta_j g(i, j) = g(i, j) - g(i, j - n)$
- sú tri druhy gradientných operátorov
 - o prvý – aproximujúce prvú deriváciu obrazovej funkcie, ktoré sú založené na diferenciách – obvykle majú viac másk, okrem Laplaciánu, orientácia sa určuje ako najlepšia zhoda viacerých vzorov
 - o druhý – založené na zero-crossing druhej derivácie obrazovej funkcie (Marr-Hildrethovej operátor, Cannyho operátor)
 - o tretí – založené na predstave obrazovej funkcie mapovanej parametrickým modelom hrán
- **Diferenčné gradientné operátory** možno vyjadriť pomocou konvolučných masiek; príkladom sú Robertsov, Laplacov, Prewittov, Sobelov, Robinsonov a Kirschov operátor. Vracajú odozvu tam, kde je hrana, nízku alebo nulovú odozvu majú tam, kde hrana nie je.

- **Robertsov operátor**

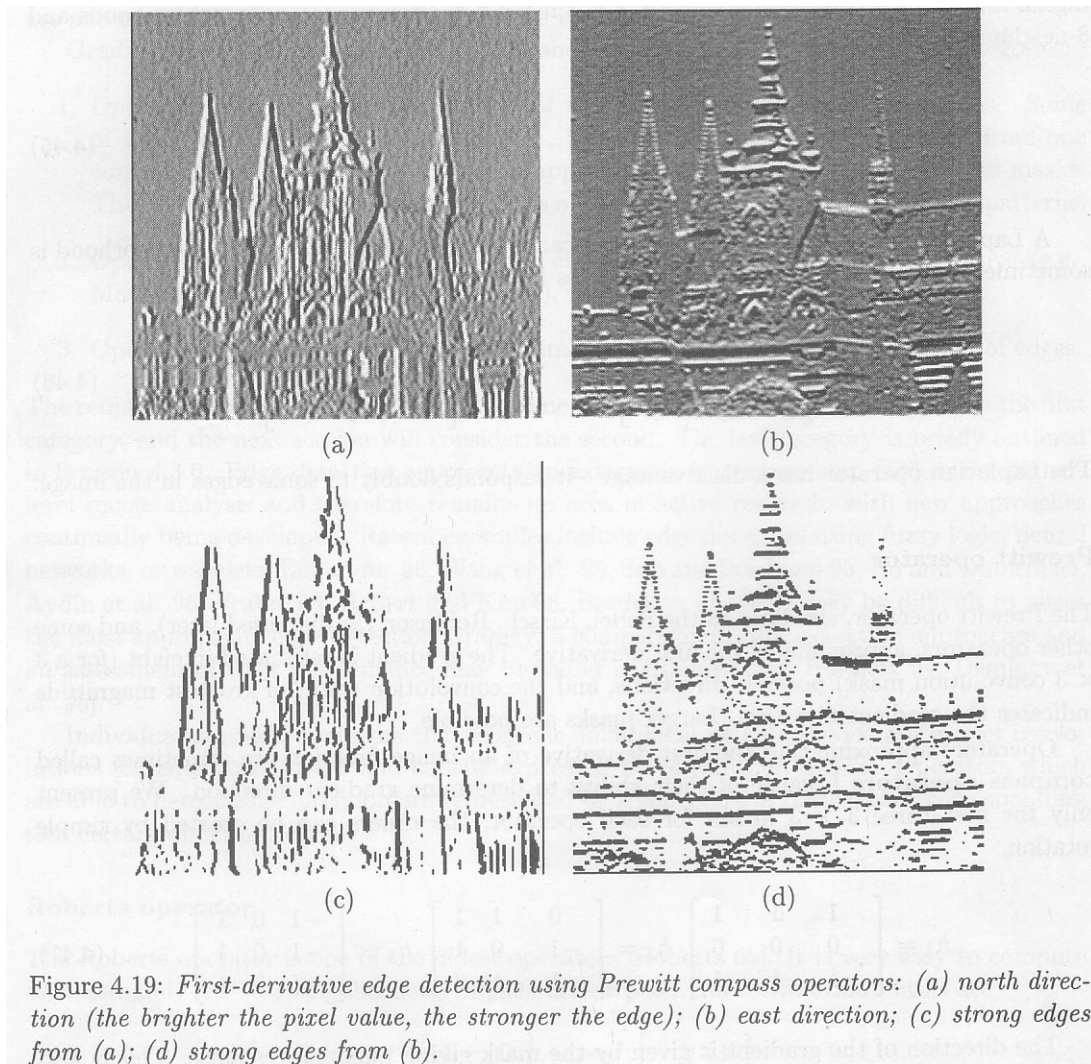
$$h_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \quad h_2 = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}$$

- **Laplaceov operátor**

$$h = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & -4 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad h = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & -8 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

- **Prewittov operátor**

$$h_1 = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ -1 & -1 & -1 \end{bmatrix} \quad h_2 = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \\ -1 & -1 & 0 \end{bmatrix} \quad h_3 = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$



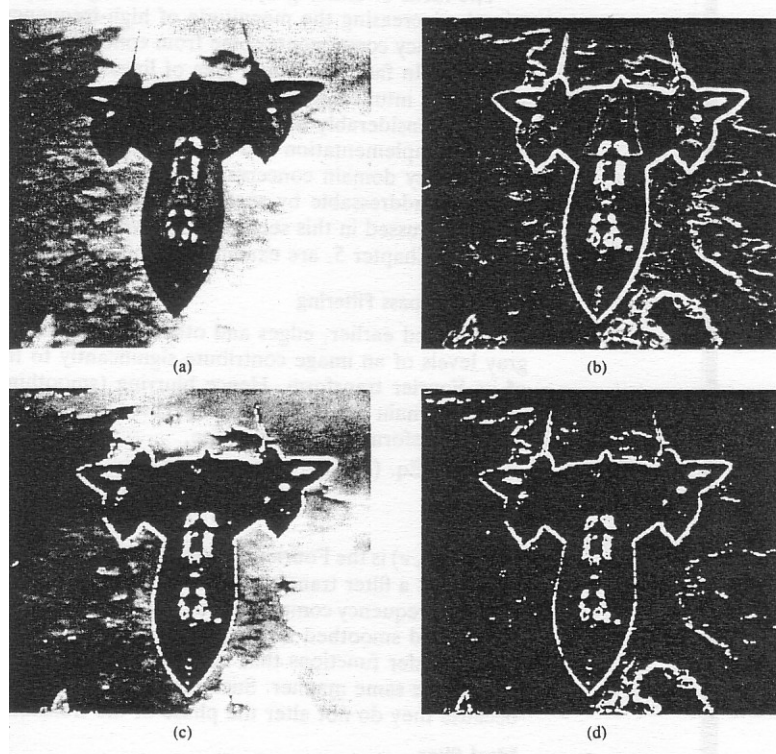


Figure 4.29 Edge enhancement by gradient techniques (see text).

Obr. 4.29a ukazuje pôvodný obrázok, 4.29b obsahuje veľkosť gradientu s použitím Prewittovho operátora, 4.29c bol získaný tak, že každý bod s gradientom väčším ako 25, bol zobrazený ako 255 (biela), ostatné body dostali pôvodnú hodnotu, 4.29d bol získaný podobne, ale body, ktorých gradient nepresiahol 25, boli zobrazené ako 0 (čierna).

- **Sobelov operátor**

$$h_1 = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ -1 & -2 & -1 \end{bmatrix} \quad h_2 = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 \\ -1 & 0 & 1 \\ -2 & -1 & 0 \end{bmatrix} \quad h_3 = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 \\ -2 & 0 & 2 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

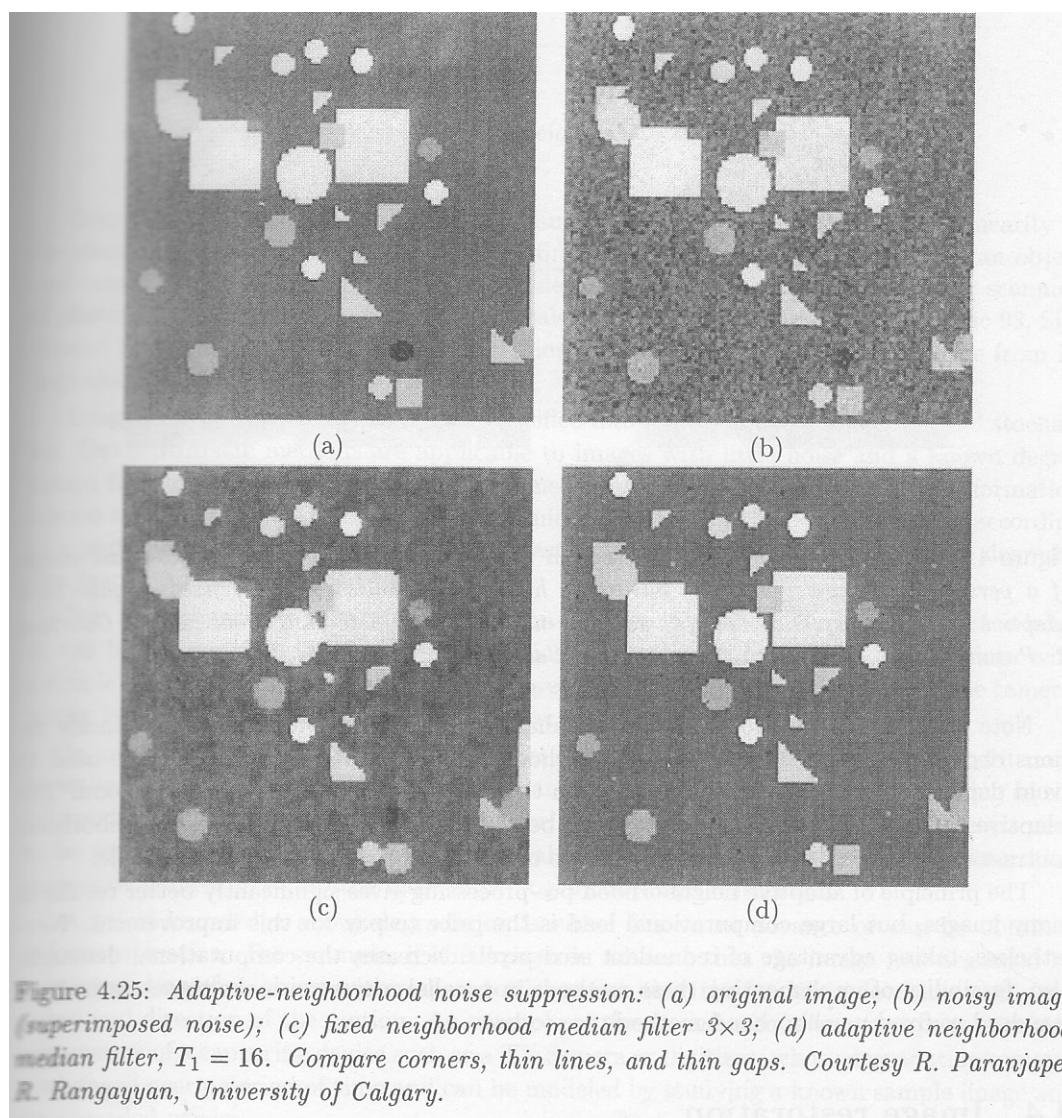
- **Robinsonov operátor**

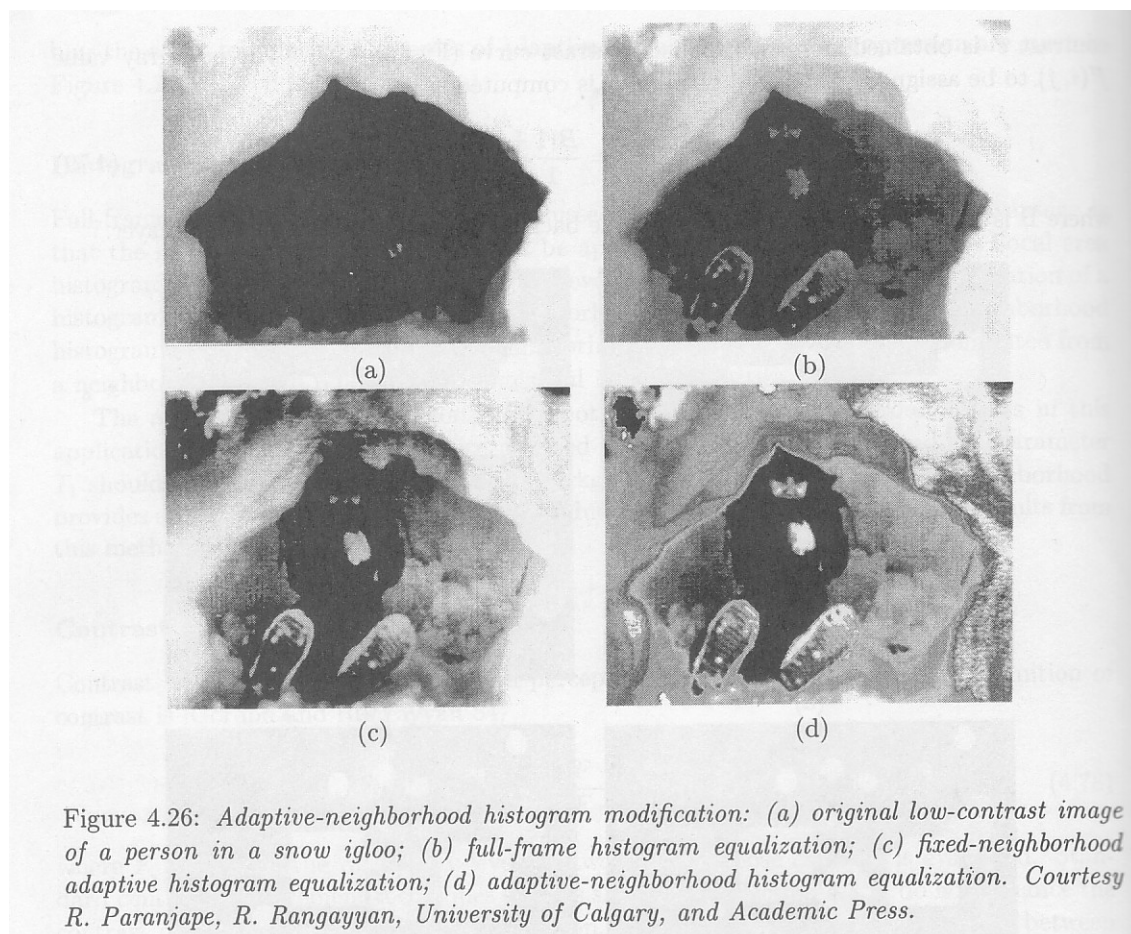
$$h_1 = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & -2 & 1 \\ -1 & -1 & -1 \end{bmatrix} \quad h_2 = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ -1 & -2 & 1 \\ -1 & -1 & 1 \end{bmatrix} \quad h_3 = \begin{bmatrix} -1 & 1 & 1 \\ -1 & -2 & 1 \\ -1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

- **Kirschov operátor**

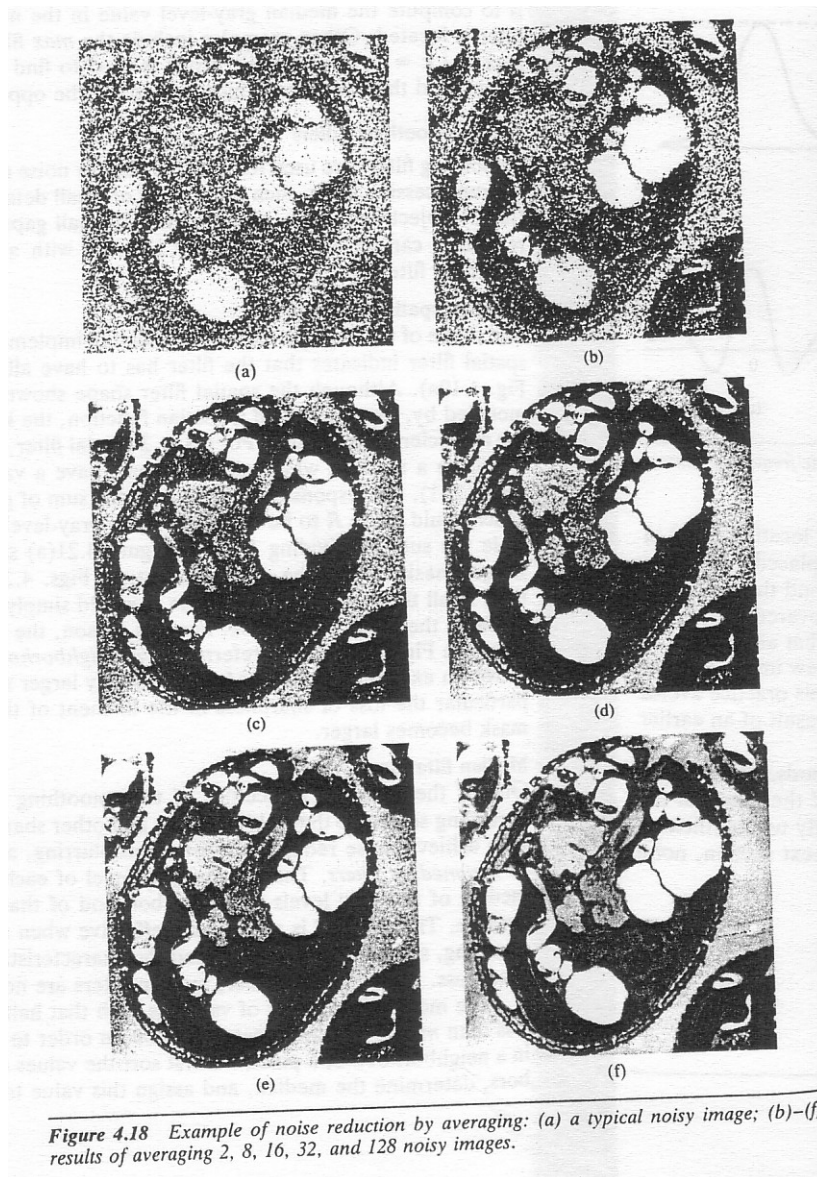
$$h_1 = \begin{bmatrix} 3 & 3 & 3 \\ 3 & 0 & 3 \\ -5 & -5 & -5 \end{bmatrix} \quad h_2 = \begin{bmatrix} 3 & 3 & 3 \\ -5 & 0 & 3 \\ -5 & -5 & 3 \end{bmatrix} \quad h_3 = \begin{bmatrix} -5 & 3 & 3 \\ -5 & 0 & 3 \\ -5 & 3 & 3 \end{bmatrix}$$

- Hlavnou nevýhodou konvolučných hranových detektorov je ich závislosť na škálovaní a citlivosť na šum. Väčšinou existuje málo rozumných dôvodov pre výber konkrétnej veľkosti okolia operátora.
- Fixné vs. adaptívne okolie





- priemerovanie cez viacero snímok, tiež znižuje odchýlku šumu faktorom odmocnina z počtu snímok



Zlepšenie kvality obrazu vo frekvenčnej oblasti

- Postup je veľmi priamočiary: vypočítame Fourierovu transformáciu obrazu, ktorý chceme zlepšiť, vynásobíme ju filtrovacou transfer funkciou (maskou filtra) a inverznou Fourierovou transformáciou dostaneme vylepšený obraz. Želané zlepšenie dostaneme vhodnou voľbou filtrovacej funkcie, pričom uvažujeme také $H(u,v)$, ktoré rovnako zasahuje reálnu aj imaginárnu zložku funkcie $F(u,v)$, čo znamená, že takáto funkcia nemení fázu transformácie.

$$G(u,v) = H(u,v)F(u,v)$$

- Myšlienka vyhladzovania resp. ostrenia je intuitívne pochopiteľnejšia vo frekvenčnom vyjadrení, ale v praxi sa viac používajú malé priestorové masky pre jednoduchosť ich implementácie a rýchlosť operácie.

Nízko frekvenčný filter

- ideálny nízko frekvenčný filter (INF) je taký, ktorého filtrovaciu funkciu je daná ako

$$H(u, v) = \begin{cases} 1 & \text{ak } D(u, v) \leq D_0 \\ 0 & \text{ak } D(u, v) > D_0 \end{cases}$$

kde D_0 je špecifikovaná nenulová konštanta (vyjadrujúca tzv. vylučovaciu frekvenciu) a $D(u, v)$ je vzdialenosť bodu (u, v) od počiatku frekvenčnej roviny

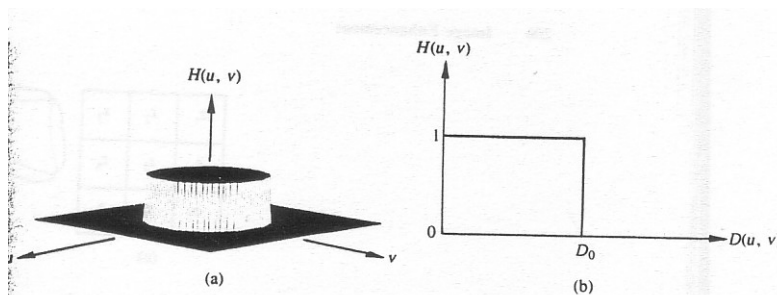


Figure 4.30 (a) Perspective plot of an ideal lowpass filter transfer function; (b) filter cross section.

- podľa voľby vylučovacej frekvencie potláča INF viac alebo o niečo menej vysokých frekvencií. Dosiahne vyhladenie, ale prejavuje sa aj tzv. kruhový efekt, pretože voľba malého D_0 vytvorí relatívne malý počet širokých kruhov, pri voľbe vyššieho D_0 dostaneme vyšší počet jemnejších kruhov a menej vyhladzovania.
- Butterworthov filter (BNF) rádu n s vylučovacou frekvenciou D_0 má definovanú nasledovnú filtrovaciu funkciu

$$H(u, v) = \frac{1}{1 + [D(u, v)/D_0]^{2n}}$$

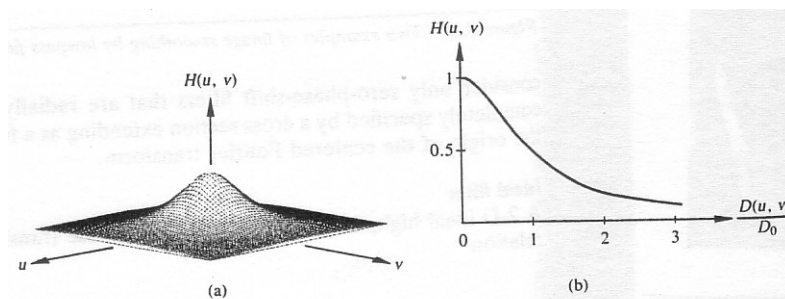


Figure 4.34 (a) A Butterworth lowpass filter; (b) radial cross section for $n = 1$.

- tento filter nemá ostré prechody medzi zostávajúcimi a odfiltrovanými frekvenciami. Pre $D(u, v) = D_0$ je $H(u, v) = 0,5$.

Vysokofrekvenčný filter

- ideálny vysokofrekvenčný filter (IVF) tiež pracuje s pojmom vylučovacej frekvencie pre nízke frekvencie

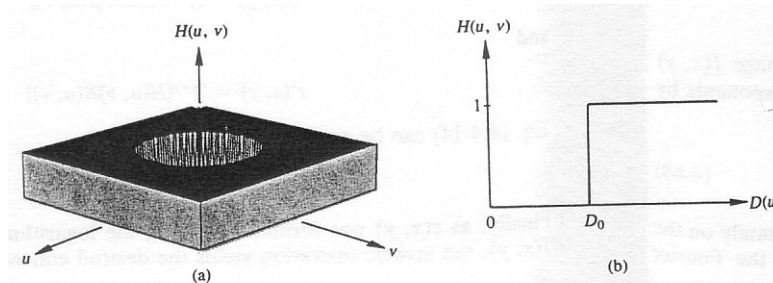


Figure 4.37 Perspective plot and radial cross section of ideal highpass filter.

- Butterworthov vysokofrekvenčný filter (BVF) je definovaný pomocou

$$H(u, v) = \frac{1}{1 + [D_0 / D(u, v)]^{2n}}$$

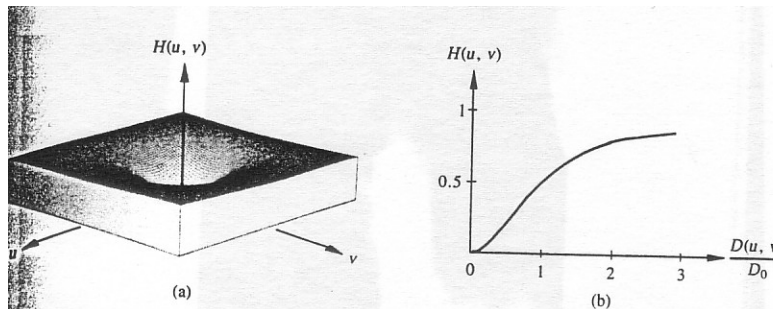
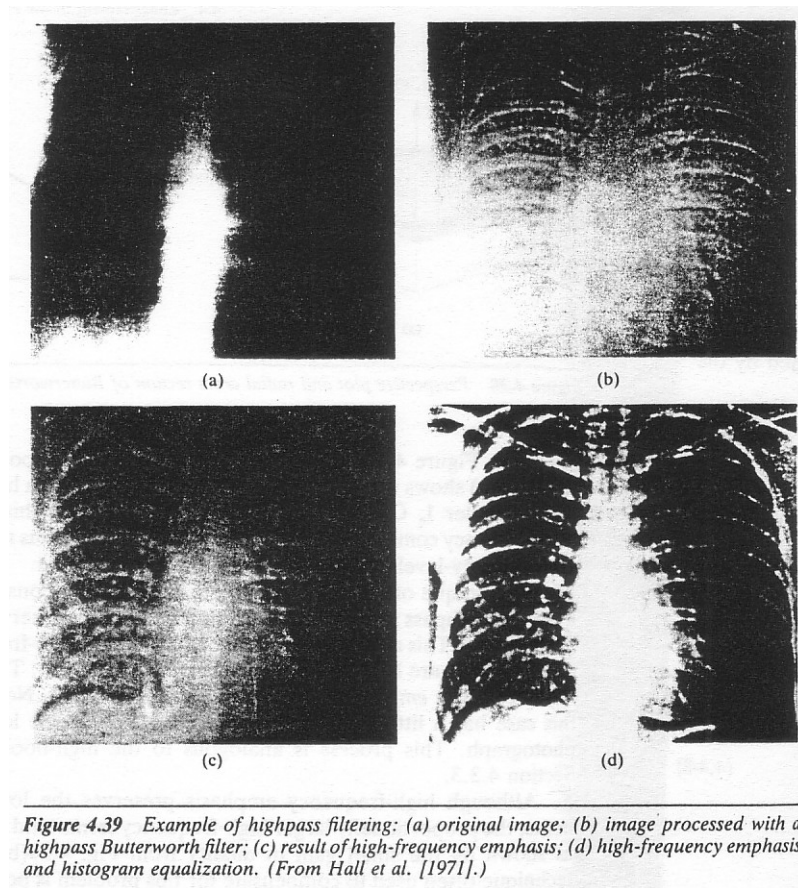


Figure 4.38 Perspective plot and radial cross section of Butterworth highpass filter for $n = 1$.

- Ukážka práce tohto filtra – na zvýšenie zachovania nízkych frekvencií sa používa technika *zvýraznenie vysokých frekvencií*, ktorá k filtrovacej funkcii pripočítava konštantu, čo zvyšuje nízke frekvencie, ale aj vysoké do hodnôt, ktoré v pôvodnom obraze nemali.



- Existuje postup, ktorý z frekvenčného filtra vytvorí priestorovú masku, ktorá ho aproximuje.

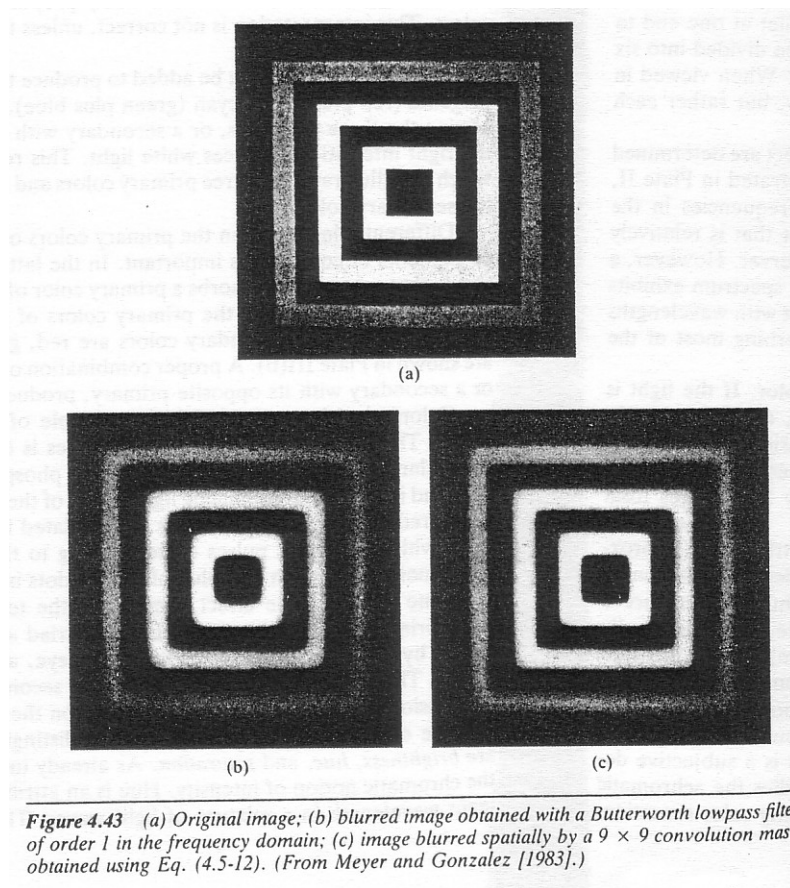


Figure 4.43 (a) Original image; (b) blurred image obtained with a Butterworth lowpass filter of order 1 in the frequency domain; (c) image blurred spatially by a 9×9 convolution mask obtained using Eq. (4.5-12). (From Meyer and Gonzalez [1983].)

REKONŠTRUKCIA OBRAZU

- Metódy rekonštrukcie obrazu sa snažia potlačiť degradáciu s využitím znalosti o jej povahe. Väčšina metód rekonštrukcie obrazu je založená na dekonvolúcii aplikovanej globálne na celý obraz. Predpokladáme, že obraz bol degradovaný a my ho chceme rekonštruovať do pôvodného stavu s využitím nejakej apriórnej informácie. Snažíme sa modelovať degradáciu a potom k nej vypočítať alebo určiť inverznú funkciu.
- Metódy sú deterministické a stochastické
 - o deterministické – na obrázky s malým šumom a známou degradáciou, pôvodný obraz získame transformáciou, ktorá je inverzná ku degradácii
 - o stochastické – snažia sa nájsť najlepšie obnovenie podľa určitého kritéria, napr. metódou najmenších štvorcov
 - o dôležitá je apriórna alebo aposteriórna znalosť o degradácii, niekedy treba typ a parametre degradácie odhadnúť a to býva najťažšie
- Model degradácie – degradáciu budeme modelovať ako operátor H , ktorý spolu s aditívnym šumom $\eta(x,y)$ vytvorí z obrazu f degradovaný obraz g .
- Rekonštrukcia obrazu potom spočíva v aproximácii $f(x,y)$, ak máme $g(x,y)$ a znalosť o forme degradácie H . Predpokladáme, že znalosť o $\eta(x,y)$ je čisto štatistickej povahy. Vzťahy popíšeme nasledovne

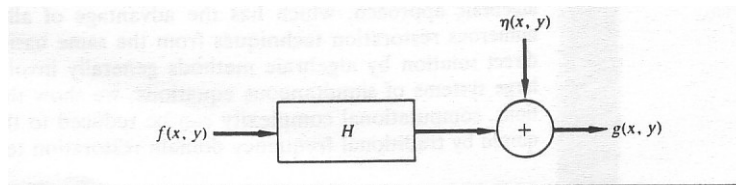


Figure 5.1 A model of the image degradation process.

$g(x, y) = H[f(x, y)] + \eta(x, y)$, čo možno v prípade, ak H je invariantné vzhľadom na polohu v obraze napísať aj pomocou konvolúcie ako

$$g(x, y) = (f * h)(x, y) + \eta(x, y)$$

- Ak je možné zanedbať zložku šumu, tak pôvodný (rekonštruovaný) obraz možno získať pomocou inverznej konvolúcie (dekonvolúcie). Ak nie je možné zanedbať šum, inverzná konvolúcia sa rieši ako systém lineárnych rovníc, napr. s využitím metódy najmenších štvorcov ako Wienerov filter alebo rekurzívne ako Kalmanov filter.
- **Degradácie, ktoré sa ľahko rekonštruujú deterministicky:**

Vychádza sa z predstavy, že vzťahy je možné vyjadriť ako $G = H F$, z čoho dostaneme obraz inverznou konvolúciou.

- o pohyb objektu voči kamere relatívne konštantnou rýchlosťou – nech kamera má uzávierku otvorenú čas T , ktorá rozmazá objekt a V je konštantná rýchlosť kamery v smere osi x , potom Fourierova transformácia degradácie spôsobenej za čas T je daná ako

$$H(u, v) = \frac{\sin(\pi V u)}{\pi V u}$$

- o zlé zaostrenie šošovky – ak J_1 je Besselova funkcia prvého rádu, $r^2 = u^2 + v^2$ a a je posunutie, potom

$$H(u, v) = \frac{J_1(ar)}{ar}$$

- o atmosferické turbulencie – vznikajú pri DPZ, a sú spôsobené nehomogénnosťou atmosféry pri prepúšťaní slnečných lúčov. Ak c je konštanta, ktorá závisí od typu turbulencie a zisťuje sa experimentálne, potom

$$H(u, v) = e^{-c(u^2 + v^2)^{5/6}}$$

Inverzná filtrácia

- predpokladá degradáciu, ktorá bola spôsobená lineárnou funkciou $h(i, j)$ a považuje šum $\eta(i, j)$ za ďalší zdroj degradácie, ktorý je nezávislý na signáli. Potom

$$G(u, v) = F(u, v)H(u, v) + N(u, v).$$

- Ak poznáme inverznú transformáciu $H^{-1}(u, v)$ k degradácii H (ako v troch predošlých prípadoch), potom dostaneme Fourierovu transformáciu rekonštruovaného (nedegradovaného) obrazu ako

$$F(u, v) = G(u, v)H^{-1}(u, v) - N(u, v)H^{-1}(u, v)$$

- Táto rovnica ukazuje, že inverzná filtrácia funguje dobre pre obrazy, kde šum nie je príliš výrazný, pretože inak by šumový člen mohol byť dominantnejší ako $H(u, v)$ (to sa týka najmä vysokých frekvencií). Ak obmedzíme rekonštrukciu na malý priestor okolo počiatku u, v , kde $H(u, v)$ sú dostatočne veľké, potom sú výsledky akceptovateľné. Niekedy nám chýba dosť informácie na dostatočné určenie $N(u, v)$.

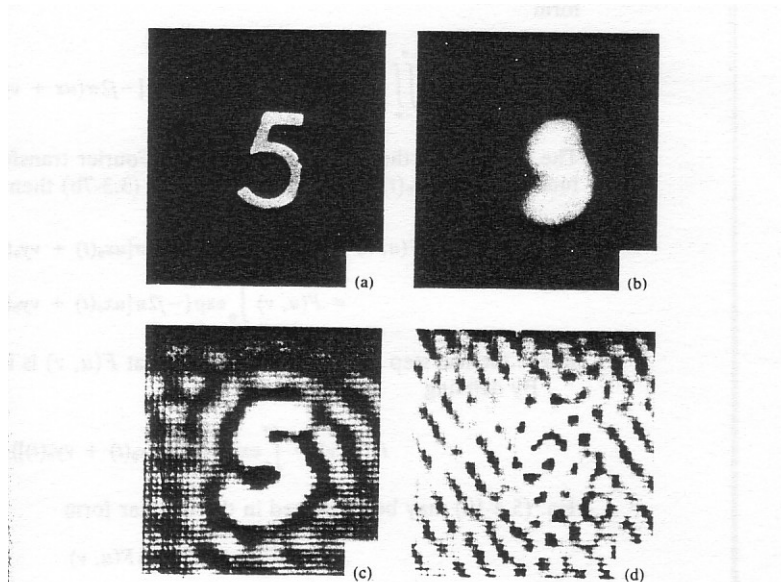
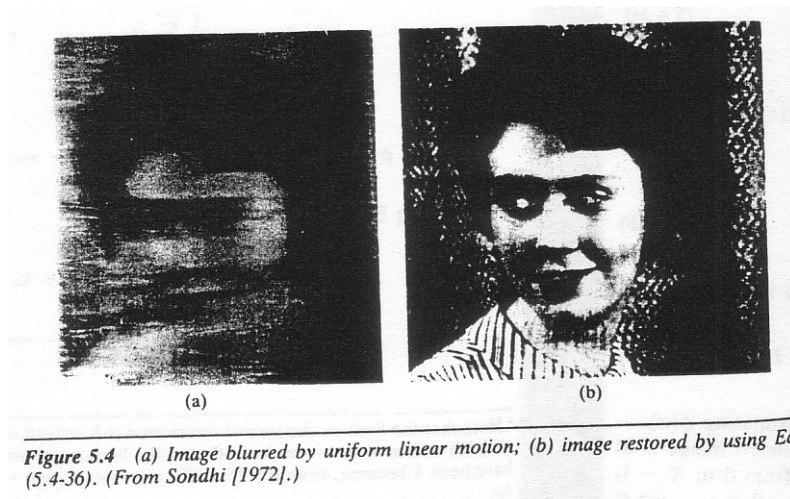


Figure 5.3 Example of image restoration by inverse filtering: (a) original image $f(x, y)$; (b) degraded (blurred) image $g(x, y)$; (c) result of restoration by considering a neighborhood about the origin of the uv plane that does not include excessively small values of $H(u, v)$; (d) result of using a larger neighborhood in which this condition does not hold. (From McGlamery [1967].)



Wienerova filtrácia

- Wienerova filtrácia (s využitím metódy najmenších štvorcov) na rozdiel od inverznej filtrácie zahŕňa apriórnu znalosť o vlastnostiach šumu.
- Wienerova filtrácia je založená na minimalizácii rozdielu medzi odhadom f° a originálnym obrazom f s najmenšou strednou hodnotou štvorca chyby e^2 :

$$e^2 = E\{[f(i, j) - f^\circ(i, j)]^2\},$$

kde E reprezentuje strednú hodnotu. Ak nie sú žiadne podmienky, tak optimálny odhad f° je podmienená stredná hodnota ideálneho obrazu f za podmienky g . Tento prístup je komplikovaný z výpočtového hľadiska a obyčajne sa ani nevie hustota podmienenej pravdepodobnosti medzi optimálnym obrazom f a degradovaným obrazom g . Optimálny odhad f° je obyčajne nelineárnou funkciou obrazu g . Minimalizácia základnej rovnice je ľahká, ak f° je lineárnou kombináciou hodnôt z obrazu g . Wienerova filtrácia má aj svoje limity, pretože je postavená na matematickom kritériu, ktorá nevyjadruje dostatočne špecifiku vnímania ľudským okom.

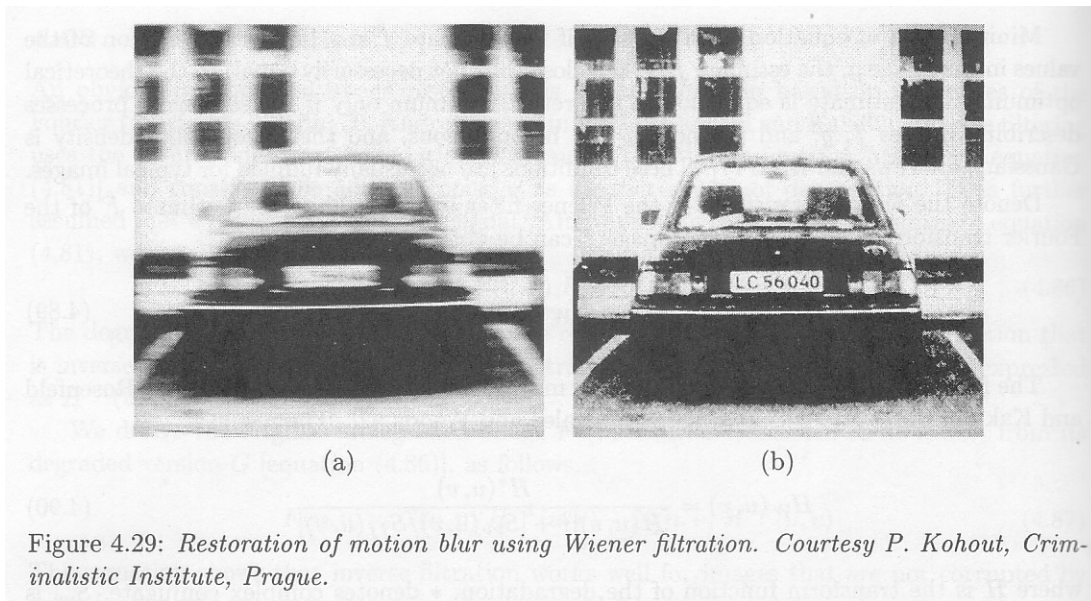


Figure 4.29: *Restoration of motion blur using Wiener filtration. Courtesy P. Kohout, Criminalistic Institute, Prague.*

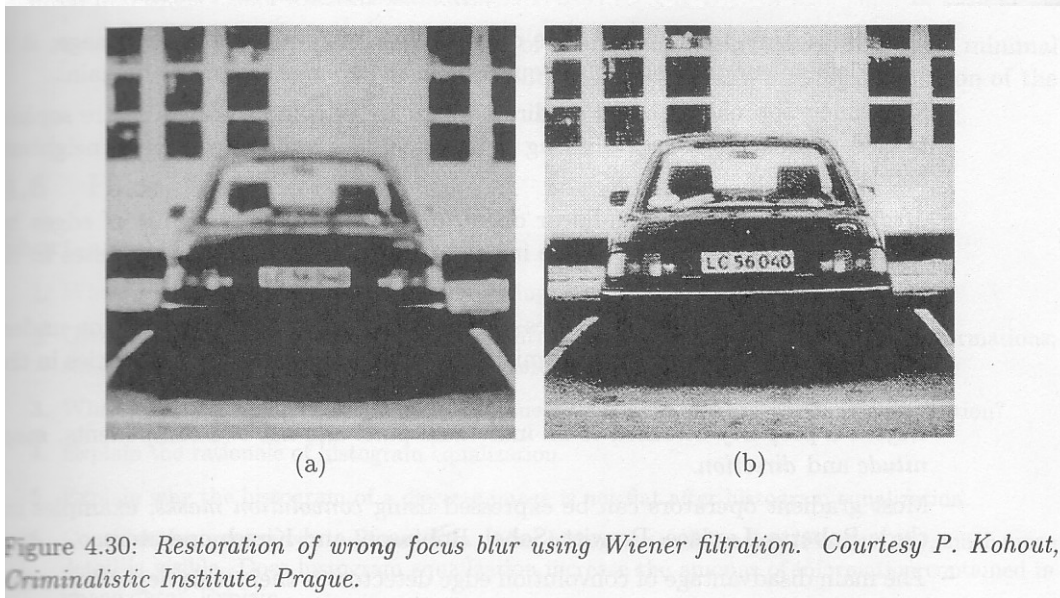


Figure 4.30: *Restoration of wrong focus blur using Wiener filtration. Courtesy P. Kohout, Criminalistic Institute, Prague.*