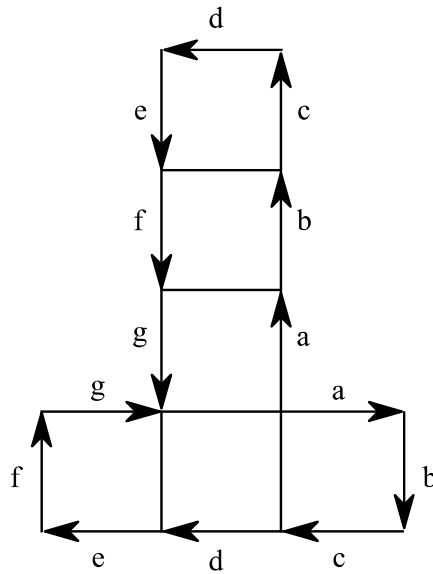


Lets consider a cube.

The planar graph of this cube:



$$a b c d e f g g^{-1} f^{-1} e^{-1} d^{-1} c^{-1} b^{-1} a^{-1}$$

By using the elimination of adjacent pairs: $Xaa^{-1}Y \rightarrow XY$

$$\begin{aligned} a b c d e f g g^{-1} f^{-1} e^{-1} d^{-1} c^{-1} b^{-1} a^{-1} &\rightarrow a b c d e f f^{-1} e^{-1} d^{-1} c^{-1} b^{-1} a^{-1} \\ a b c d e f f^{-1} e^{-1} d^{-1} c^{-1} b^{-1} a^{-1} &\rightarrow a b c d e e^{-1} d^{-1} c^{-1} b^{-1} a^{-1} \\ a b c d e e^{-1} d^{-1} c^{-1} b^{-1} a^{-1} &\rightarrow a b c d d^{-1} c^{-1} b^{-1} a^{-1} \\ a b c d d^{-1} c^{-1} b^{-1} a^{-1} &\rightarrow a b c c^{-1} b^{-1} a^{-1} \\ a b c c^{-1} b^{-1} a^{-1} &\rightarrow a b b^{-1} a^{-1} \\ a b b^{-1} a^{-1} &\rightarrow a a^{-1} \end{aligned}$$

By using the substitution: $Xabc^{-1}Yabc^{-1}Z \rightarrow XdYdZ$

substitution: $a b c d e f g \rightarrow A$

$$a b c d e f g g^{-1} f^{-1} e^{-1} d^{-1} c^{-1} b^{-1} a^{-1} \rightarrow AA^{-1}$$

Classification

W1 – sphere

Euler characteristic

$$\chi(\text{cube}) = 2 - 2p - q$$

$$\chi(\text{cube}) = 2$$