ÚVOD

V súčasnosti sa do popredia dostala moderná technika, novšie a výkonnejšie počítače a grafické kalkulátory, ktoré majú obrovské množstvo funkcií a možností komunikovať s počítačmi. Tieto nám majú uľahčiť život aj štúdium. Je veľmi jednoduché naučiť sa s nimi pracovať a používať ich v bežnom živote. Jedným z takýchto programov je aj didaktický softvér Cabri geometria II Plus, zameraný na výučbu geometrie.

Stretávame sa s tým, že žiak teoreticky dokáže riešiť zadanú úlohu, ale keď ju má narysovať, nastáva problém. Žiak nie je dostatočne presný a precízny alebo nemá potrebnú prax v rysovaní, čo môže mať za následok neúspech pri riešení danej úlohy. Tento problém však zaniká, keď namiesto zdĺhavého spájania dvoch bodov pomocou pravítka postačí kliknúť na dva body.

Ďalší problém je vysvetliť žiakom novú látku tak, aby ich zaujala a príklady boli dostatočne názorné. Vhodné je použiť veľké množstvo príkladov, čím žiaci správne pochopia problematiku. Rysovanie na tabuľu je veľmi zdĺhavé a neefektívne. Žiaci by často potrebovali vidieť niekoľko podobných príkladov, aby si vedeli riešené úlohy predstaviť, pri rysovaní na tabuľu toto nie je možné. Rovnako nie je možné vrátiť sa k príkladu, ktorý už bol na tabuli riešený, no po jej umytí, prípadne po vyriešení niekoľkých ďalších príkladov už nie je dostupný. Pomocou dataprojektoru alebo počítačov však tieto možnosti máme. V rámci programu máme nepreberné množstvo nových príkladov. Grafická úprava ako aj útvary, ktoré chceme v zadaní použiť, sa dajú jednoducho meniť. Softvér umožňuje prejsť krok po kroku od začiatku riešenia až na koniec, pričom jednotlivé úkony sú veľmi názorné. Vzhľadom na to, že daný geometrický softvér je interaktívny, je možnosť pracovať s ním priamo na hodinách. Podľa reakcií žiakov na jednotlivé príklady priamo ukazovať riešenia na prípadné otázky.

Táto práca sa zaoberá efektivitou alternatívnej výučby pomocou didaktického softvéru. Je v nej opísaný proces, ktorým sa dnes učia žiaci bez použitia softvéru Cabri. Zároveň v nej nachádzame motivačné príklady a zbierku úloh, ktoré sú návodom na to, ako by bolo možné učiť na hodinách matematiky na základných školách v prípade, ak by bol k dispozícii didaktický softvér Cabri, dataprojektor, prípadne počítačová miestnosť.

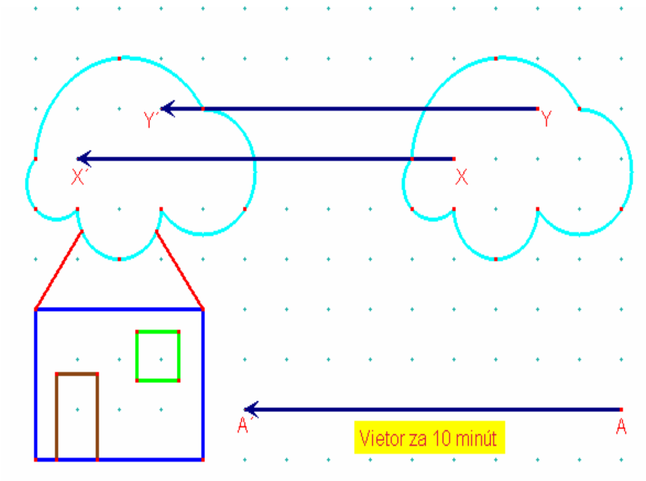
V práci sú rozpracované jednotlivé učivá o zhodných zobrazeniach tak, ako sa v súčasnosti na školách vyučujú podľa platných učebných osnov a z platných učebníc. Ďalej rôzne druhy didaktického softvéru voľne dostupného na internete, didaktické pojmy vyskytujúce sa v tejto práci. V štvrtej kapitole sú motivačné príklady s opisom, ako ich možno využiť na hodinách matematiky. V piatej kapitole sú pripravené cvičné listy pre žiakov, aby mohli priamo začať riešiť zadané úlohy a ešte zbierka úloh s alternatívami príkladov v cvičných listoch. Pre prípad, že by si nevedeli poradiť s niektorou úlohou, je tu návod, ako by sa mohol taký príklad riešiť. Žiaci majú, samozrejme, možnosť nájsť si rôzne postupy pri riešení príkladov sami, pomocou prostredia Cabri. Príklady sú chronologicky rozdelené podľa tematických celkov v poradí, v akom sa vyučujú. V tejto časti je potrebné v úlohách využiť softvér Cabri na riešenie jednoduchých úloh. Niektoré úlohy využívajú Cabri len na názorné zobrazenie zadania. Príklady sú ukážkou toho, ako by sa dal počítač zapojiť do vyučovania ako súčasť výučby geometrie a, špeciálne, zhodných zobrazení na základných školách.

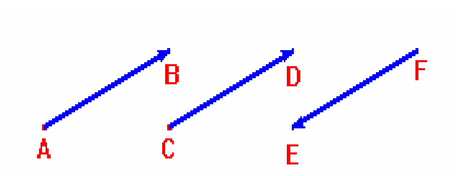
Cieľom tejto práce je vytvoriť motivačné príklady a postupy, ako tieto príklady jednoducho tvoriť alebo obmieňať, vytvoriť zbierku elektronických úloh pomocou softvéru Cabri geometria II plus a zistiť, ako budú žiaci reagovať na túto formu vyučovania. Na záver umiestniť tieto príklady na webové stránky, aby bola zabezpečená ich dostupnosť pre učiteľov matematiky na základných školách, žiakov, ale aj pre všetkých, ktorých táto tematika zaujíma.

1. TEORETICKÉ ZÁKLADY PRÁCE

1.1 Posunutie

Pre pochopenie, čo to znamená posunutie, musíme najprv zaviesť pojem „orientovaná úsečka“. Veľmi pekne to ukazuje obrázok s mrakom a domčekom. V štvorcovej sieti je nakreslený oblak a dom. Pretože fúka vietor, oblak sa posunul. Rýchlosť a smer, ktorým sa pohybuje, je znázornený úsečkou so šípkou. Po chvíli sa oblak posunul až tak, že zakrýva strechu domu. Keď si zoberieme niektoré body na oblaku, môžeme si všimnúť, ako sa posunuli. Bod X do bodu X´ a bod Y do Y´. Zároveň si môžeme tiež všimnúť, že úsečky XX´ aj YY´ sa zhodujú s úsečkou označenou šípkou. Niekedy je užitočné prehlásiť jeden z krajných bodov úsečky za začiatočný a druhý za koncový. Takéto označenie môžeme zaviesť aj v prípade úsečiek XX´, YY´ a AA´. Tieto úsečky budeme nazývať **orientované úsečky** a označovať ich budeme $\overrightarrow{XX'}$, $\overrightarrow{YY'}$ a $\overrightarrow{AA'}$





Na obrázku sú nakreslené úsečky $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{CD}$ a $\overrightarrow{EF}$. Všetky majú rovnakú dĺžku a sú rovnobežné. Úsečky $\overrightarrow{AB}$ a $\overrightarrow{CD}$ sú súhlasne orientované a úsečky $\overrightarrow{AB}$ a $\overrightarrow{EF}$ sú nesúhlasne orientované alebo aj opačne orientované.

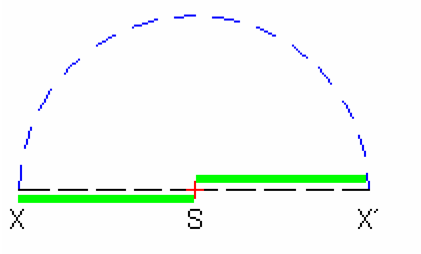
Ak sa vrátime späť k pohybu oblaku, ktorý sa z pôvodnej pozície premiestnil do novej, pohyb všetkých bodov bol po úsečkách. Tieto úsečky boli zhodné, rovnobežné a súhlasne orientované. Tomuto premiestneniu budeme hovoriť **posunutie**. Bod X sa nazýva **vzor** a bod X´ sa nazýva **obraz**. Pre každú dvojicu rôznych bodov X, Y a ich obrazov X´, Y´ v danom posunutí platí, že orientované úsečky $\overrightarrow{XY}$ a $\overrightarrow{X'Y'}$ sú zhodné, teda majú rovnakú dĺžku, sú navzájom rovnobežné a sú rovnako orientované.

1.2 Stredová súmernosť

Na začiatku kapitoly sú v učebnici uvedené obrázky, ktoré sú stredovo alebo osovo súmerné. Sú to motivačné príklady k novému učivu.

Stredová súmernosť

Všimnite si obrázok, možno na ňom pozorovať jav, ktorý nazývame stredová súmernosť. Geometricky ho možno opísať: Zvoľme si ľubovoľný bod S. Ku každému bodu X rôznemu od bodu S zostrojme bod X´ tak, že bod S je stredom úsečky XX´.



S – stred súmernosti

X – vzor

X´ – obraz

SX ≅ SX´

$|SX| = |SX'|$

***Stredová súmernosť** v rovine je určená bodom S – **stredom súmernosti**. Dva body X, X´ nazývame súmerné podľa stredu S, ak bod S je stredom úsečky XX´. Od X je **vzor** a bod X´ je **obraz** v stredovej súmernosti.*

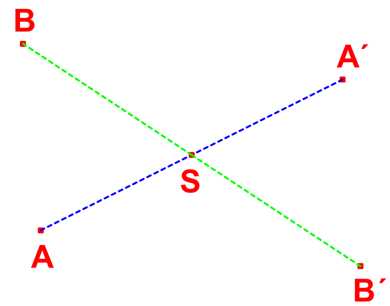
Príklad: Dané sú tri body A, B, S. Zostrojte obrazy A´, B´ bodov A, B v súmernosti podľa stredu S.

Riešenie:

A, B ... dané body, vzory

S ... stred súmernosti

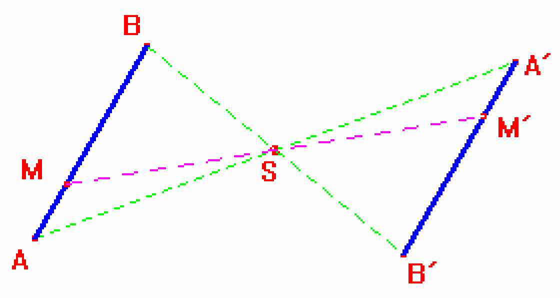
A´, B´ ... obrazy



1. zostrojíme polpriamku AS
2. zostrojíme bod A´∈ $\overrightarrow{AS}$ tak , že $|SA| = |SA'|$. Polpriamky SA, SA´ sú opačné.
3. zostrojíme polpriamku BS
4. zostrojíme bod A´∈ $\overrightarrow{BS}$ tak , že $|SB| = |SB'|$. Polpriamky SB, SB´ sú opačné.

Úloha: Zostrojte v stredovej súmernosti obraz A´B´ úsečky AB a charakterizujte vzniknutý útvar A´B´.

Obrazom úsečky je v stredovej súmernosti úsečka s ňou zhodná a rovnobežná.

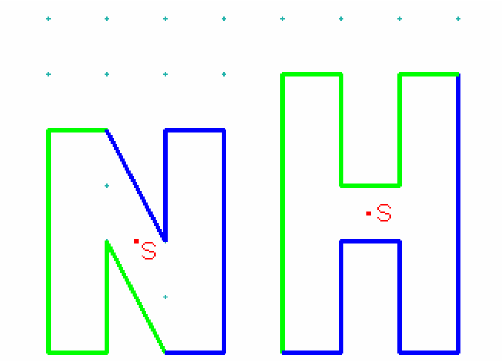


AB││A´B´

AB ≅ A´B´

Príklad: Zostrojte útvary k lomeným zeleným čiaram súmerné podľa stredu S.

Riešenie:



Riešením príkladu sú modré lomené čiary. Zostrojili sme ich podľa pravidla o zostrojovaní úsečiek. Teda lomenú čiaru sme si rozdelili na niekoľko úsečiek a tie sme postupne zobrazovali.

Bod S nazývame stredom súmernosti útvaru U, ak každému bodu útvaru U v stredovej súmernosti podľa stredu S odpovedá bod tohto útvaru U. Takému útvaru hovoríme, že je stredovo súmerný (alebo súmerný podľa stredu).

Dôležité je si zapamätať: Štvorec je stredovo súmerný. Stred súmernosti je priesečník uhlopriečok. To isté platí aj pre obdĺžnik. Kruh je tiež stredovo súmerný. Stred súmernosti je stred kruhu.

1.3 Osová súmernosť

Osová súmernosť s osou o (tzv. osou súmernosti) v rovine nazývame zhodné zobrazenie, pri ktorom obrazom každého bodu A z roviny je bod A´ z tej istej roviny, ktorý leží na kolmici danej bodom A na os o, pričom úsečka AA´ je osou o rozpoľovaná.

Osová súmernosť *v rovine je určená priamkou o –* ***osou súmernosti.***

Pre obraz A´ ľubovoľného bodu A roviny platí:

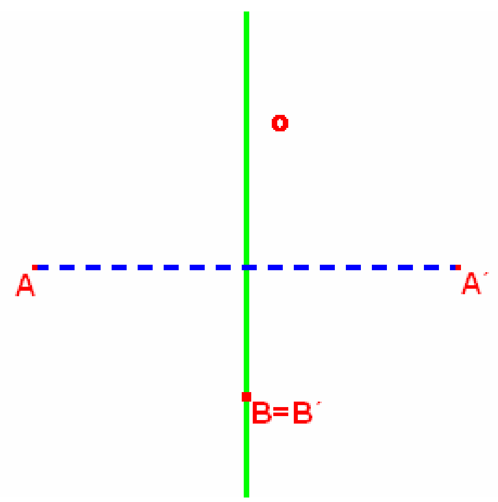
a) Ak A neleží na osi o, potom priamka AA´ je kolmá na os o a stred úsečky AA´ leží na osi o.

b) Ak B leží na osi o, potom B´ splýva s B. Bod B sa nazýva ***samodružný bod****.*

Body A a A´ sa nazývajú ***súmerne združené podľa osi*** *o alebo* ***osovo súmerné****.*

Osovo súmerný útvar sa skladá z dvoch zhodných častí oddelených priamkou-osou súmernosti.

Pri riešení úloh žiaci používajú priesvitky, ktoré prekladajú, aby zistili, či je daný útvar osovo súmerný. Všimli by sme si, že bod jednej časti útvaru sa kryl s bodom na druhej časti. Po vyrovnaní priesvitky môžeme vidieť situáciu, ktorú geometricky môžeme znázorniť takto:



$A \notin o$ A- vzor

$AA' \perp o$ A´- obraz

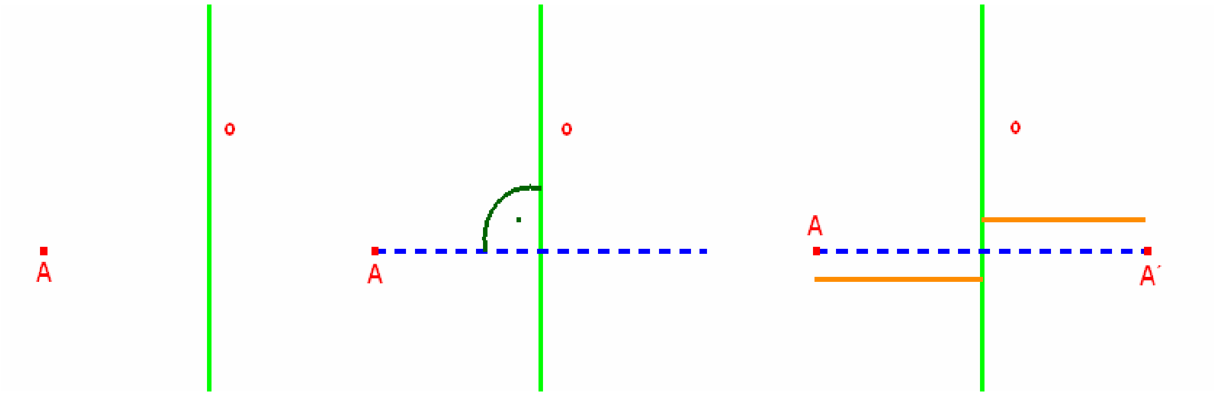
o- os súmernosti

$B \in o \Rightarrow B = B'$

B=B´- samodružný bod

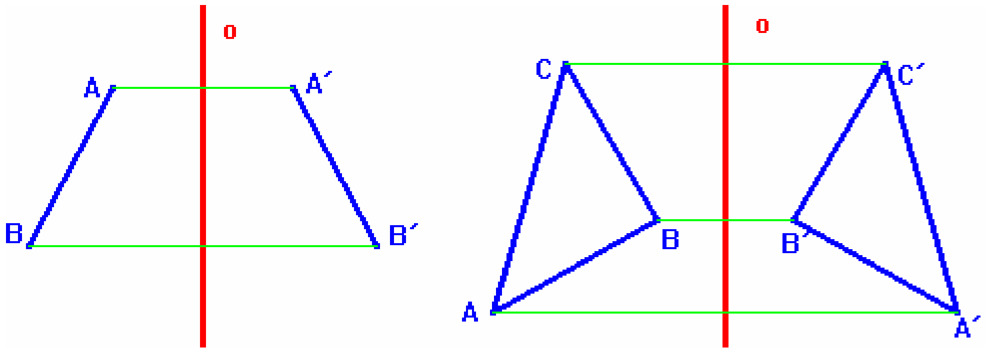
Príklad: V rovine je dná priamka o a bod A, ktorý na nej neleží. Zostrojte bod A´, ktorý je s bodom A súmerne združený podľa osi o.

Riešenie:



Priamka o je osou úsečky AA´, preto bod A´ leží na polpriamke so začiatkom v bode A, ktorá je kolmá na os o. Zároveň priesečník tejto polpriamky s osou o je stredom úsečky AA´. Na obrázkoch pozorujte zostrojenie bodu A´.

Keď už vieme zostrojiť bod, je potrebné vedieť zostrojiť úsečku, alebo iný útvar.

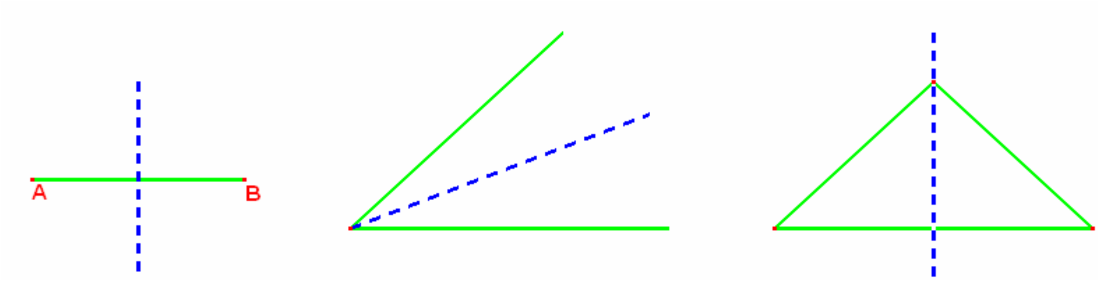


Obrazom útvaru U v osovej súmernosti danej osou o rozumieme útvar U´ obsahujúci práve tie body roviny, ktoré sú obrazmi bodov útvaru U. Útvary U a U´ sa nazývajú súmerne združené podľa osi o alebo osovo súmerné. Útvary U a U´ sú zhodné.

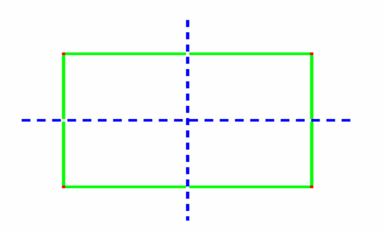
Čo vlastne znamená, ak o nejakom útvare povieme, že je osovo súmerný?

Útvar U je ***osovo súmerný*** *podľa osi o, ak jeho obraz U´ v osovej súmernosti danej osou o splýva s útvarom U.*

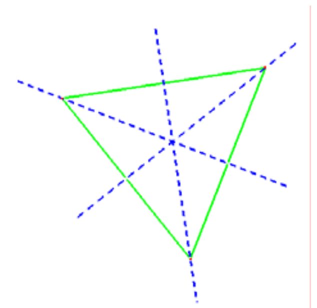
1 os súmernosti má úsečka, uhol, rovnoramenný trojuholník,



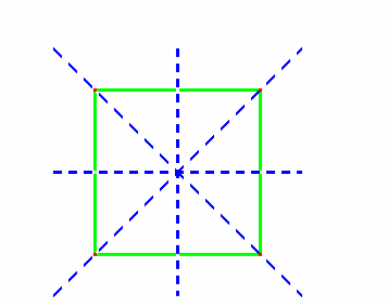
2 osi súmernosti má obdĺžnik,



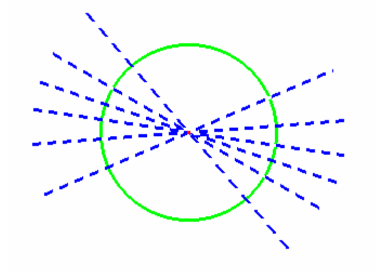
3 osi súmernosti má rovnostranný trojuholník,



4 osi súmernosti má štvorec,



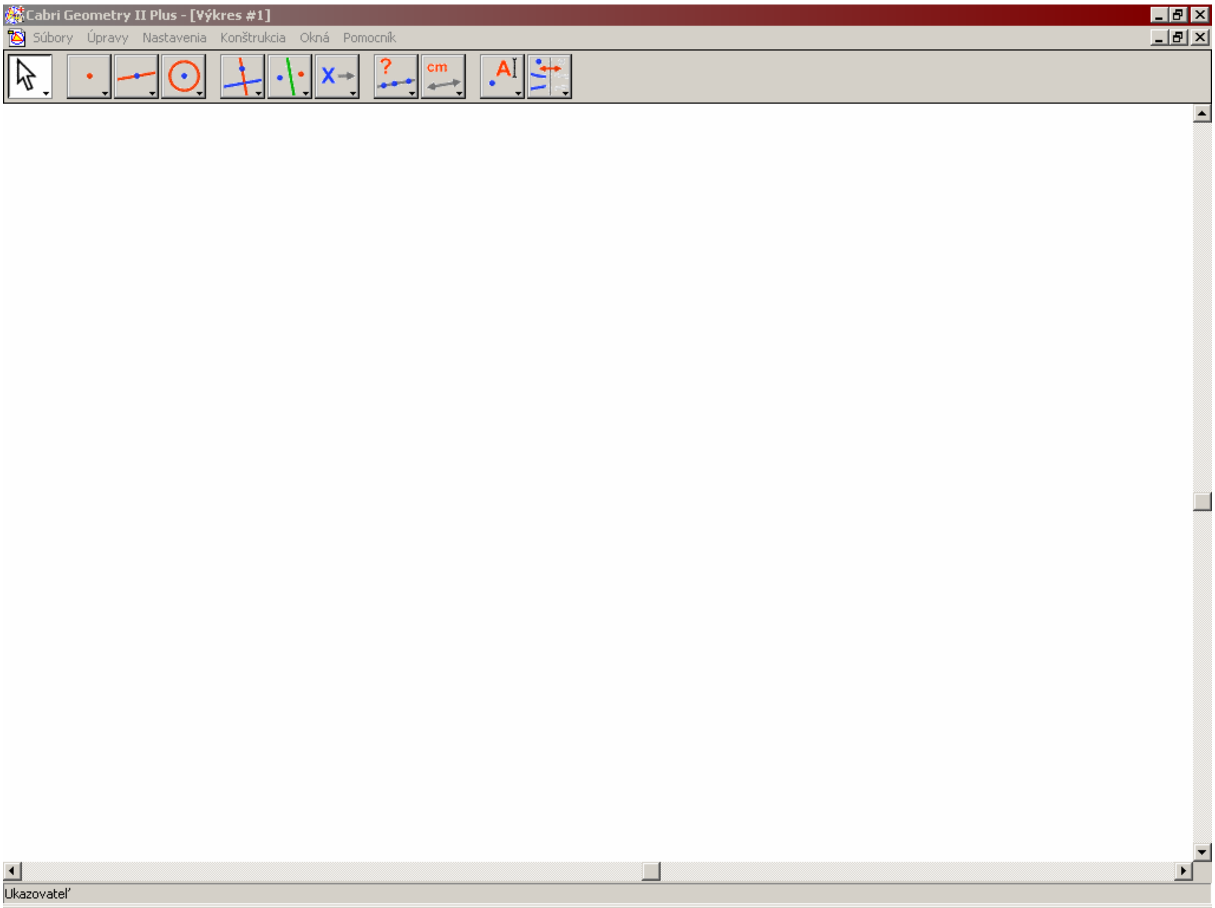
Kruh má **nekonečne veľa osí súmernosti**; každá priamka prechádzajúca stredom kruhu je jeho osou súmernosti



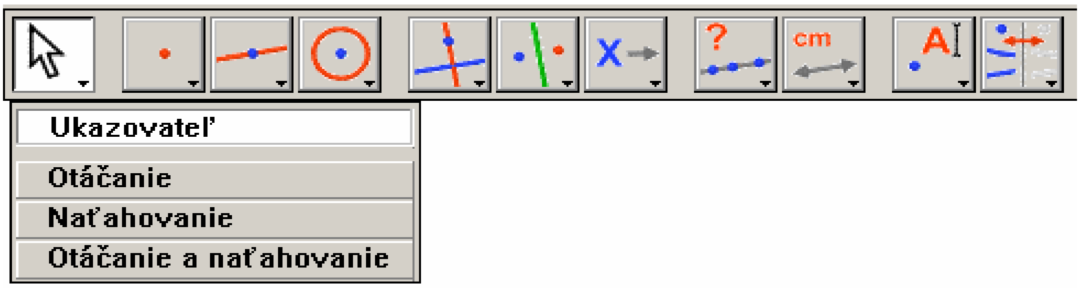
2. DIDAKTICKÝ GEOMETRICKÝ SOFTVÉR

Čo je didaktický geometrický softvér? Je to softvér určený predovšetkým na výučbu geometrie. Prednosťou tohto softvéru je predovšetkým interaktivita a dynamickosť, umožňujúca žiakom riešiť neobmedzené množstvo príkladov s veľkou presnosťou. Tým, že sa žiak nemusí sústrediť na techniku rysovania, môže sa viac zaoberať priamo riešením daného problému. Užívateľ môže aktívne použiť dynamické prvky konštrukcií, môže sledovať stopu pohybu jednotlivých bodov, je schopný vytvárať množiny bodov daných vlastností alebo používať vlastné, prípadne už preddefinované súradnicové sústavy. Pomáha hlavne v tých oblastiach matematiky, kde je potrebné vytvoriť si správnu predstavu daného pojmu. Preto možno tento softvér využívať nielen pri výučbe geometrie, na čo je predovšetkým určený, ale aj pri budovaní predstáv o pojme funkcia, modelovaní a simulácii reálnych situácií, jednoducho, pri tvorivom riešení rozličných problémov. V tejto kapitole sa budeme venovať niektorým dostupným geometrickým softvérom preloženým do slovenčiny. V prvom rade Cabri geometria II plus, pretože tento softvér je dodávaný na naše základné školy ako súčasť edukačného balíčka. Ďalej to budú softvéry Euklides, Cinderella a Geonext.

2.1 Cabri geometria II plus

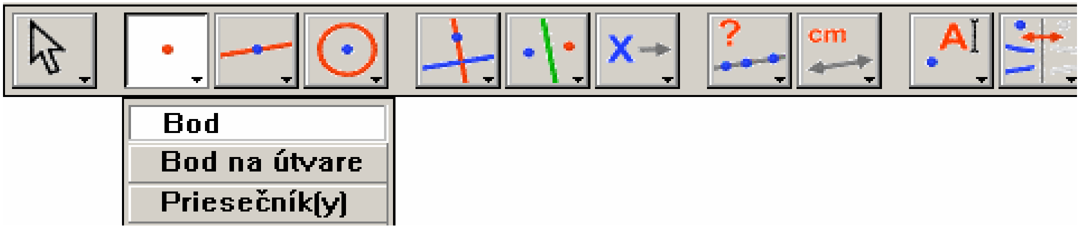


1. Ukazovateľ



a) **ukazovateľ** – pohybom myši ovládame kurzor, ak sme v blízkosti nejakého útvaru, kurzor sa mení na „ukazovák“, a text hlási druh útvaru. Kliknutím označujeme útvary, ktorými chceme ďalej manipulovať (pohybovať nimi, meniť ich veľkosť a tvar, vymazať ich a pod.).

2. Body

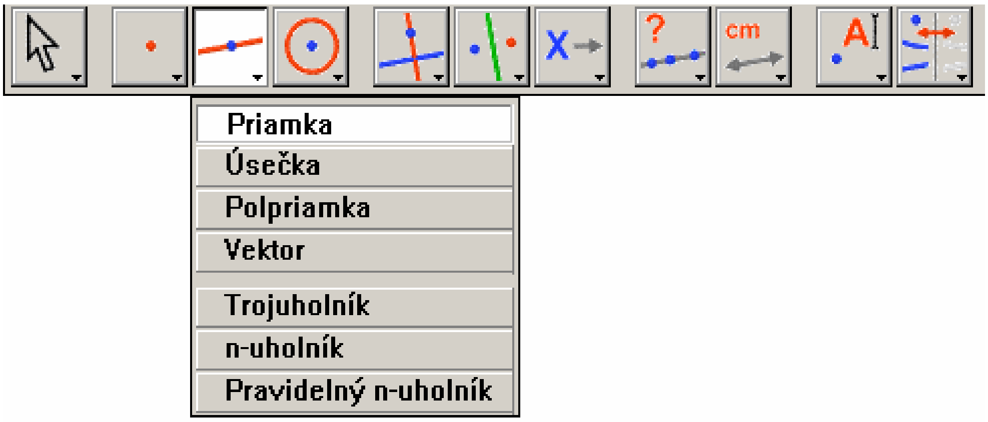


a) **bod** – kliknutím umiestnime na výkres bod

b) **bod na útvare** – kliknutím na útvar umiestnime na ňom bod, ktorý sa môže pohybovať len na danom útvare (priamka, úsečka, trojuholník, kruh a pod.)

c) **priesečník útvarov** – kliknutím myši umiestnime bod ako priesečník už narysovaných útvarov

3. Lineárne útvary



a) **priamka** – je daná dvoma bodmi, preto ju narysujeme kliknutím na dva body výkresu

b) **polpriamka** – je daná dvoma bodmi, pričom ten druhý bod je vnútorným bodom polpriamky

c) **úsečka** – určíme ju dvoma krajnými bodmi

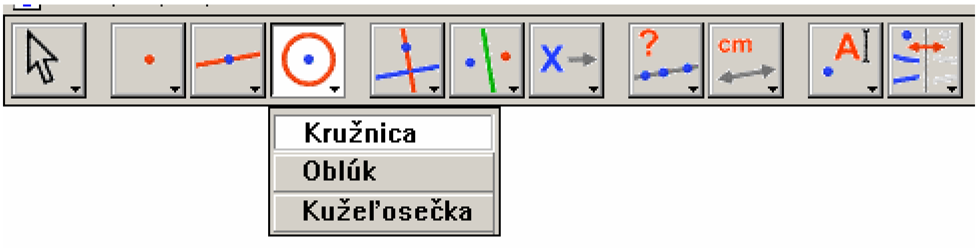
d) **vektor** – určíme ho dvoma krajnými bodmi, pričom smer je od prvého k druhému

e) **trojuholník** – je určený tromi bodmi

f) **n – uholník** – určíme ho n+1 kliknutiami, n bodov umiestnime na výkres, a keď nakoniec klikneme na prvý bod, n – uholník je tým určený

g) **pravidelný n – uholník** – prvé dve kliknutia určia polomer kružnice opísanej pravidelnému n – uholníku, tretie kliknutie umiestni stranu n – uholníka

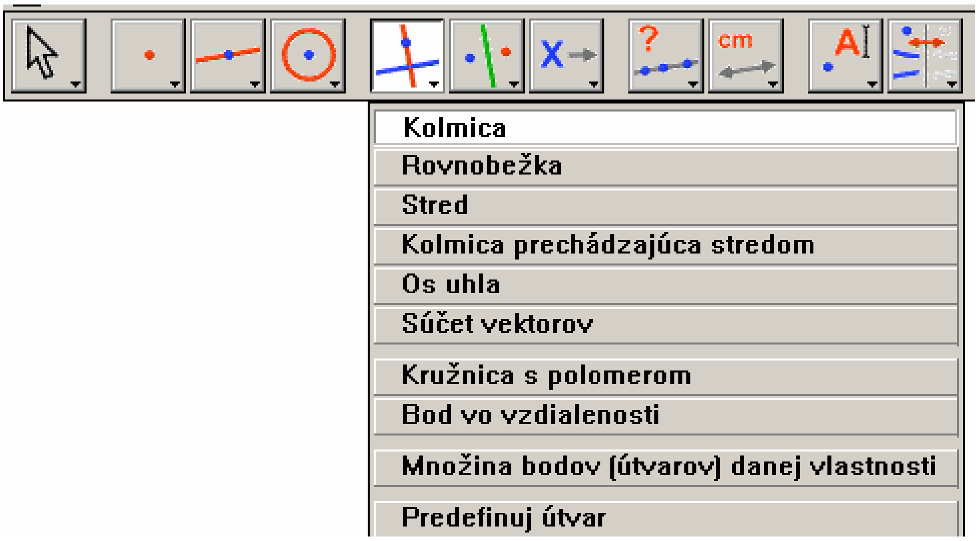
4. Nelineárne útvary



a) **kružnica** – je daná stredom a bodom na obvode kružnice

b) **oblúk** – je daný troma bodmi: krajným, vnútorným a druhým krajným bodom

5. Útvary daných vlastností



a) **kolmica** – narysuje priamku kolmú na danú priamku prechádzajúcu daným bodom

b) **rovnobežka** – narysuje priamku rovnobežnú s danou priamkou prechádzajúcu daným bodom

c) **stred úsečky** – ak kliknete na úsečku, nájde jej stred, ak kliknete na dva body, (nemusia byť spojené) nájde ich stred

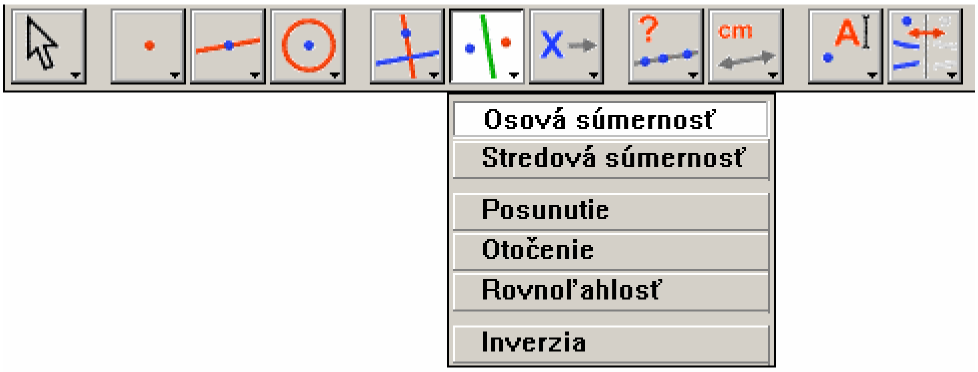
d) **os úsečky** – nájde os úsečky, ktorá je daná dvomi bodmi

e) **os uhla** – nájde os uhla, ktorý určíme kliknutím na bod na ramene, vrchol uhla a bod na druhom ramene

f) **kružnica s polomerom** – narysuje kružnicu, ktorá je daná stredom a polomer má veľkosť danej úsečky (teda klikneme na bod a úsečku)

g) **bod vo vzdialenosti** – bod, ktorý má od daného bodu na danom útvare danú vzdialenosť

6. Zobrazenia

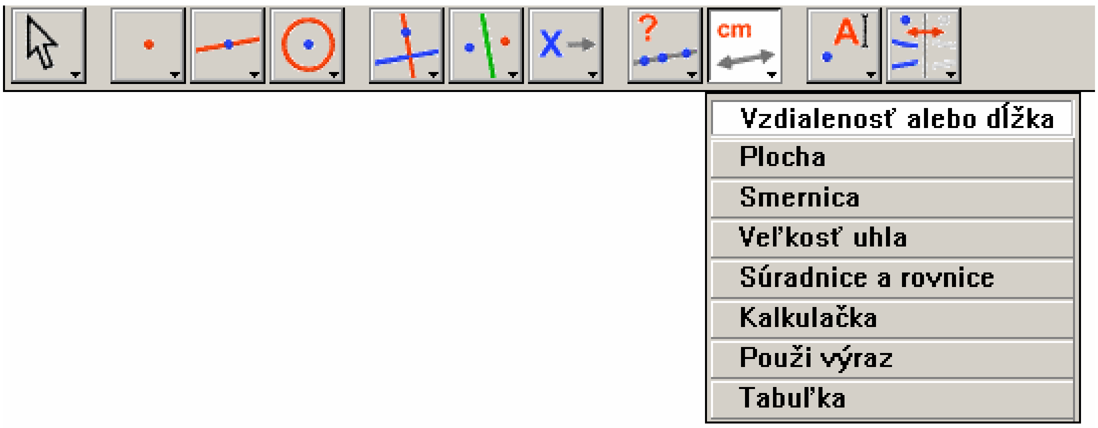


a) <u>osová súmernosť</u> – treba kliknúť na os súmernosti

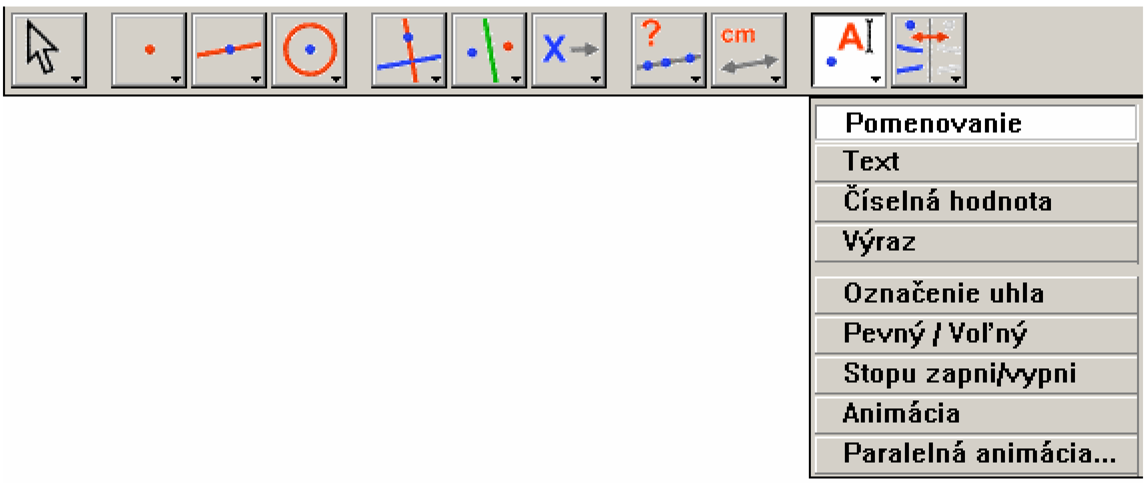
b) <u>stredová súmernosť</u> – treba kliknúť na stred súmernosti

c) <u>posunutie</u> – treba kliknúť na vektor posunutia

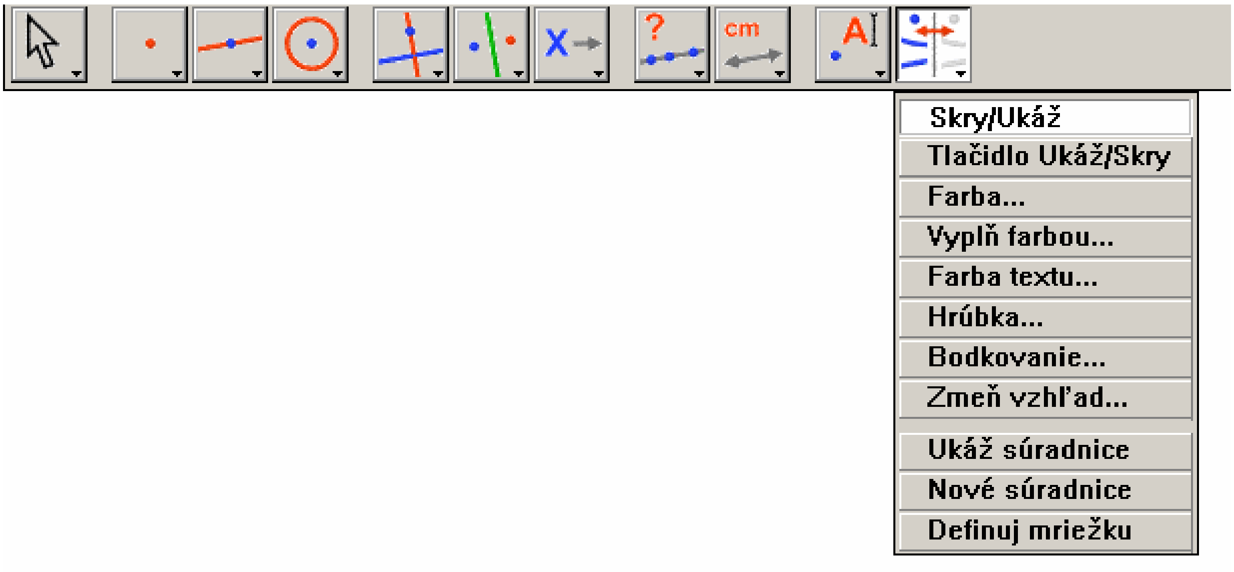
7. Miery a počty



8. Rôzne



9. Vzhľad



Všetky predošlé možnosti sa nachádzajú na paneli konštrukcií a využijeme ich pri používaní Cabri geometrie pri vyučovaní podobností a zhodností na základných školách.

Ďalšie informácie o vyučovacom softvéri Cabri sa môžeme dozvedieť na webových stránkach:

http://www.cabri.net

http://www-cabri.imag.fr

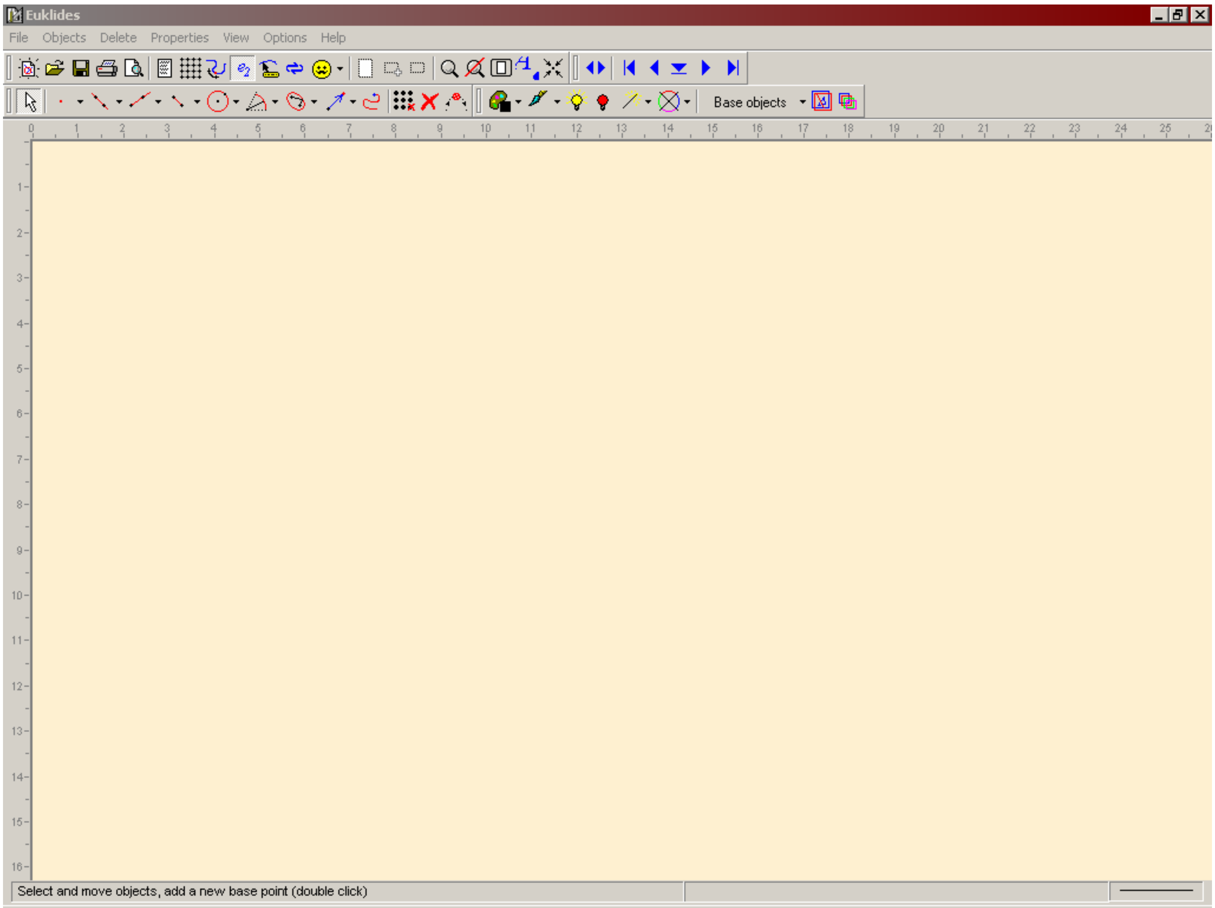
http:/www.maths.gla.ac.uk/~wws/cabripages/geometry.html

http:/www.pf.jcu.cz/cabri/

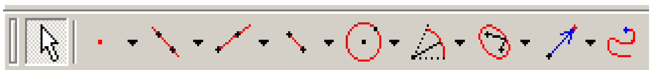
http://www.mcmb.sk/predmet/mat/CDCABRI/index.htm

http://www.mcmb.sk/predmet/mat/cdiktm/Cabri/cabri.htm

2.2 Euklides

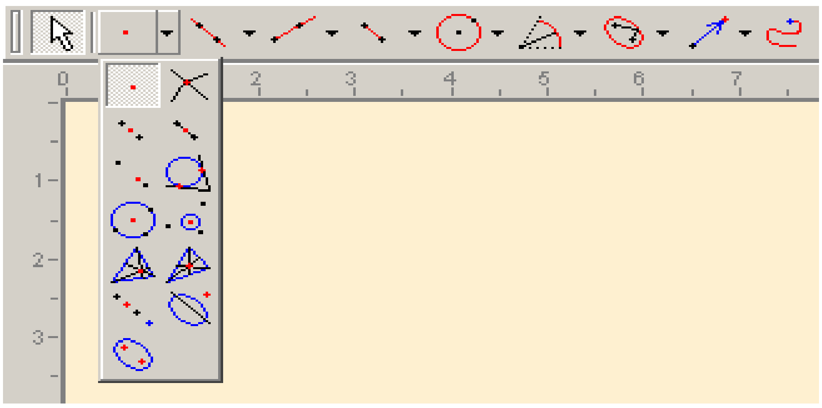


1. Ukazovateľ



a) **ukazovateľ** - šípka pohybujúca sa po ploche, kde sa na okrajoch zobrazujú súradnice bodu, v ktorom sa práve nachádza

2. Body



a) bod

b) priesečník

c) stred medzi dvoma danými bodmi

d) stred úsečky

e) bod určený pomerom

f) dotykové body

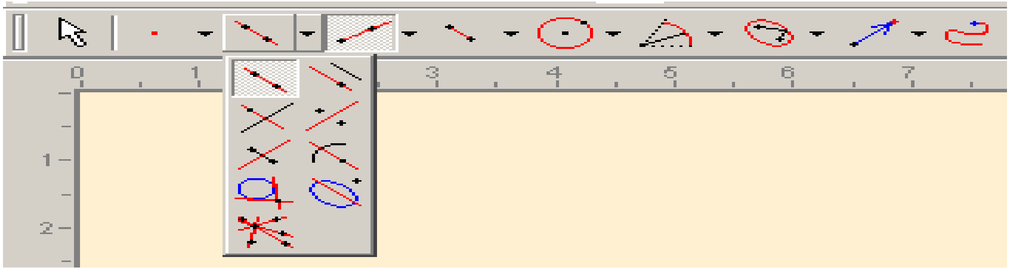
g) stred opísanej kružnice

h) stred vpísanej kružnice

i) ortocentrum

j) ťažisko

3. Priamky



a) priamka prechádzajúca dvoma bodmi

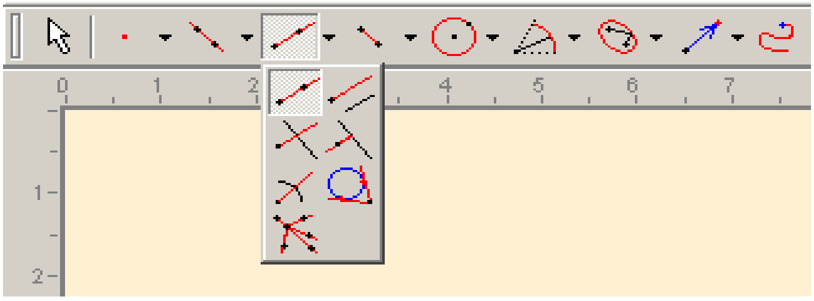
b) rovnobežka daným bodom

c) kolmica daným bodom

d) priamka kolmá na spojnicu dvoch bodov prechádzajúca stredom

e) priamka kolmá na úsečku

4. Polpriamky



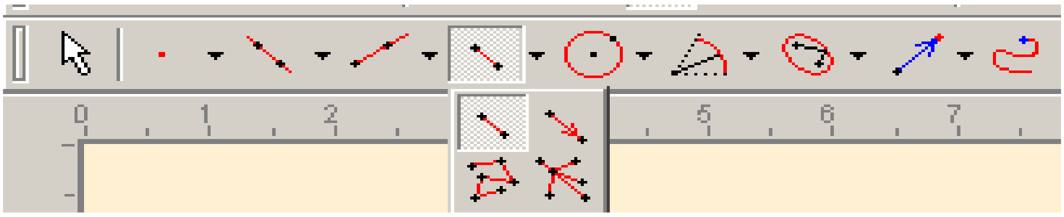
a) polpriamka daná dvoma bodmi

b) polpriamka rovnobežná s danou priamkou

c) polpriamka kolmá na priamku

d) polpriamka kolmá na priamku prechádzajúca daným bodom

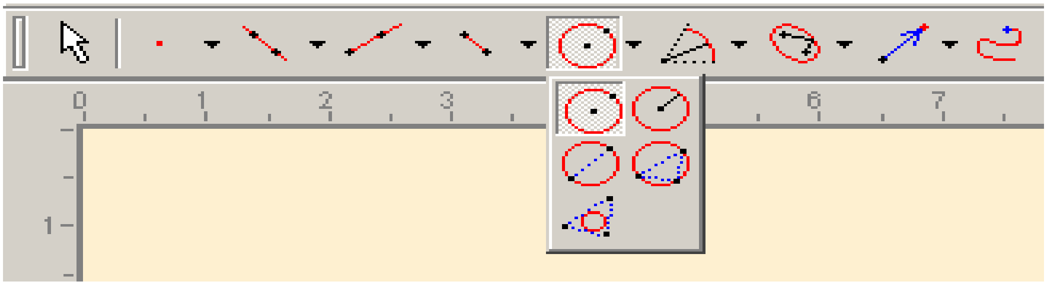
5. Úsečky



a) úsečka

b) vektor

6. Kružnica



a) kružnica daná stredom a bodom na kružnici

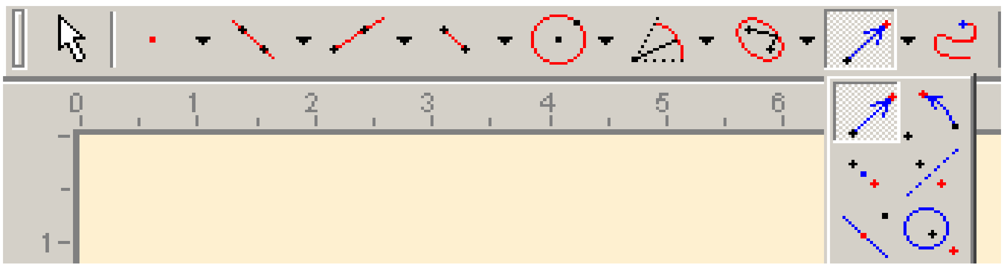
b) kružnica daná stredom a polomerom

c) kružnica nad úsečkou

d) kružnica opísaná trojuholníku

e) kružnica vpísaná trojuholníku

7. Zobrazenia



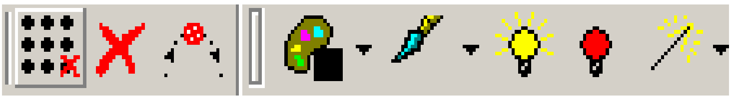
a) posunutie

b) otočenie

c) stredová súmernosť

d) osová súmernosť

8. Rôzne



a) zmaž posledný vytvorený útvar

b) zmaže na kliknutie

c) presunie útvar, ale len rovnakého typu

d) farby

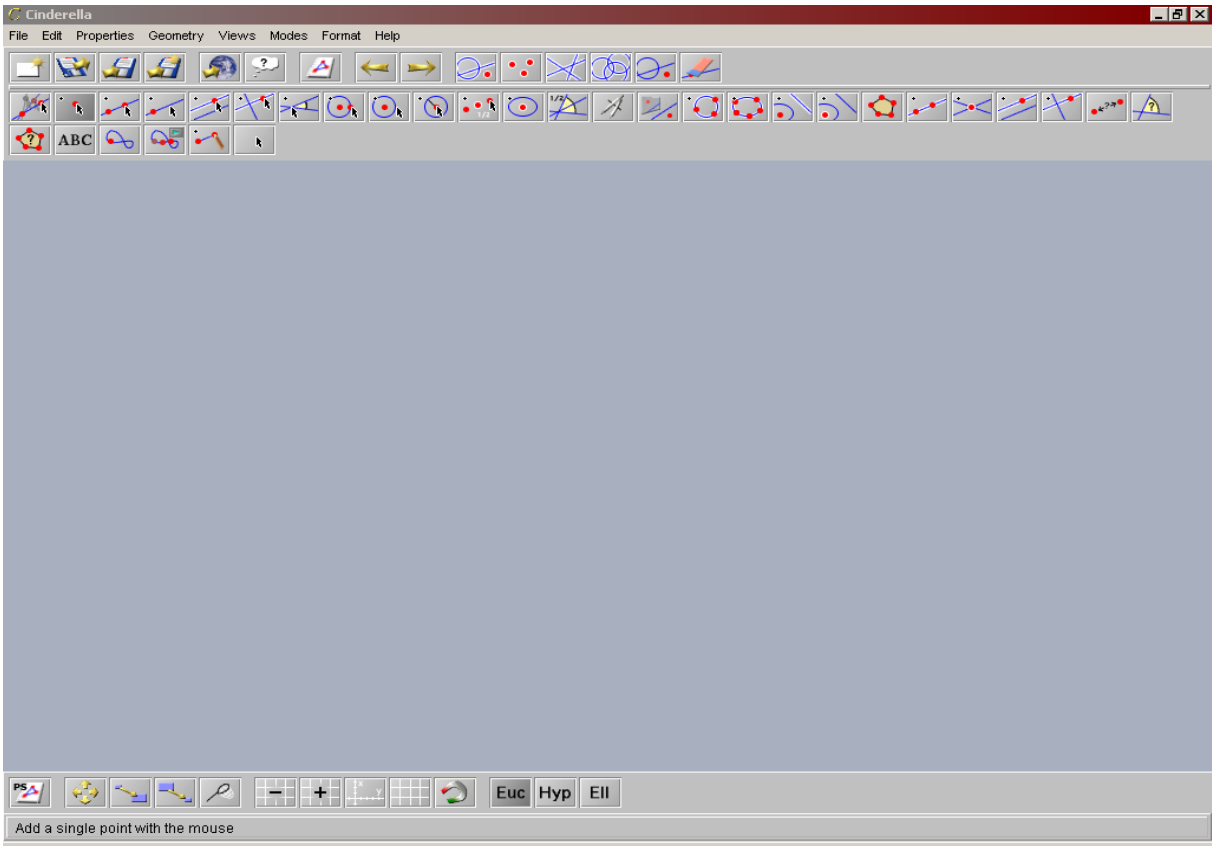
e) typ čiar

f) viditeľné

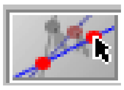
g) neviditeľné

h) nastaví typ šípky

2.3 Cinderella

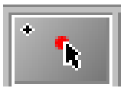


1. Ukazovateľ



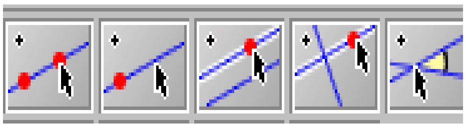
a) kliknutím možno útvary označovať a hýbať nimi

2. Bod



a) vytvorí bod a pomenuje ho

3. Priamka



a) priamka daná dvoma bodmi

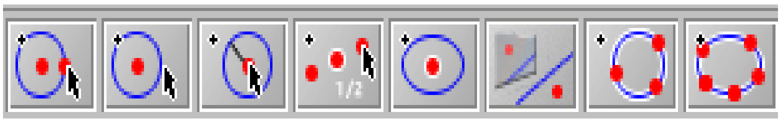
b) priamka daná bodom a voľne nastaviteľným smerom

c) rovnobežka s priamkou prechádzajúca daným bodom

d) kolmica na priamku prechádzajúca daným bodom

e) priamka, ktorá zviera s danou priamkou daný uhol

4. Kružnica a stredy



a) kružnica daná stredom a bodom kružnice

b) kružnica daná stredom a voľne nastaviteľným polomerom

c) kružnica daná stredom a polomerom

d) stred medzi dvoma bodmi

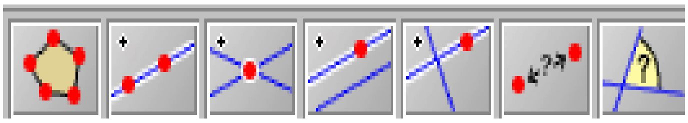
e) stred kužeľosečky

f) osová súmernosť

g) kružnica daná troma bodmi

h) kužeľosečka daná piatimi bodmi

5. Rôzne



a) n-uholník

b) priamka prechádzajúca dvoma bodmi

c) priesečník

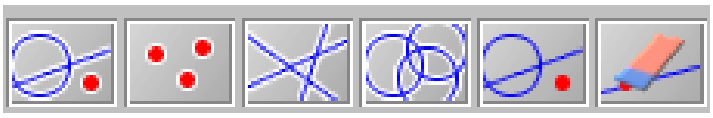
d) rovnobežka s danou priamkou

e) kolmica na danú priamku

f) vzdialenosť dvoch bodov

g) veľkosť uhla

6. Označovanie



a) označenie všetkých útvarov

b) označenie všetkých bodov

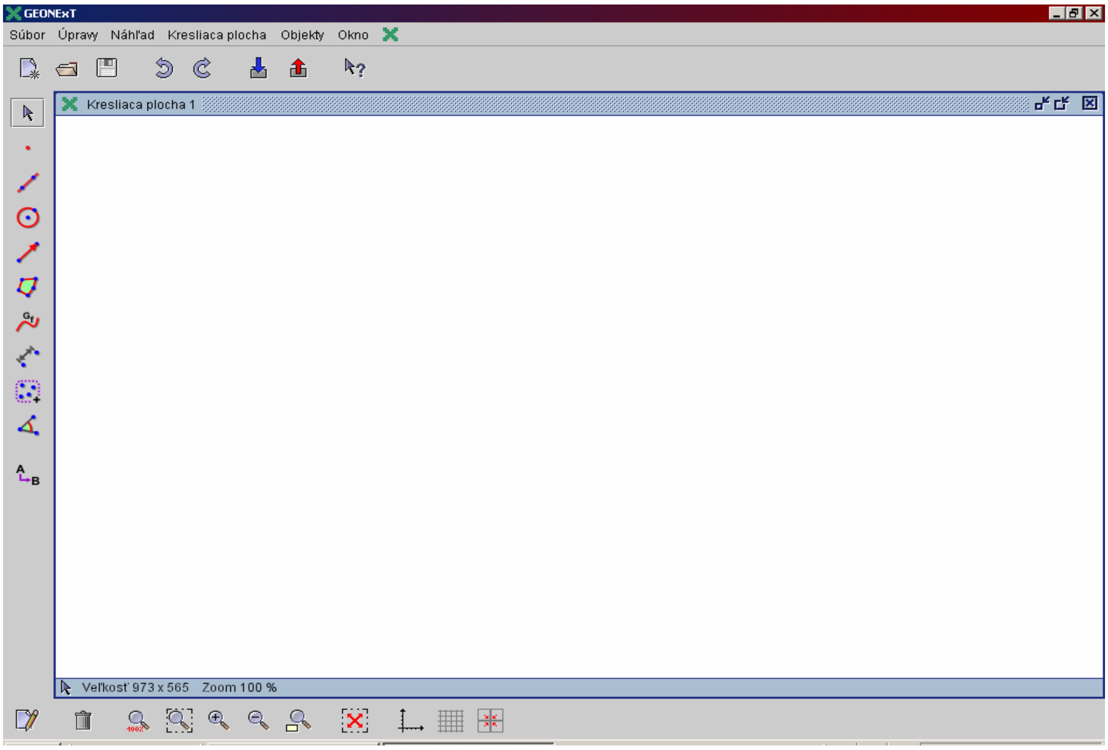
c) označenie všetkých priamok

d) označenie všetkých kružníc

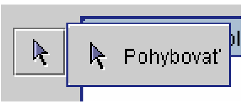
e) odznačenie všetkých útvarov

f) guma

2.4 Geonext

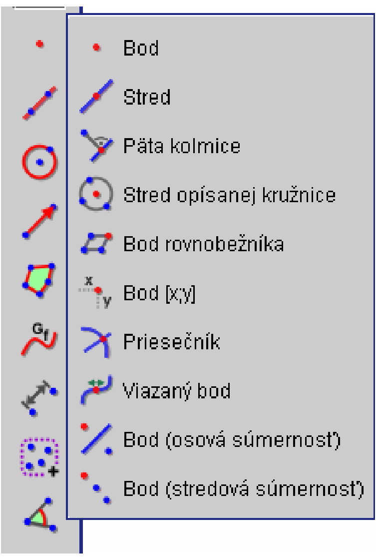


1. Ukazovateľ



a) kliknutím je možné útvary označovať a hýbať nimi

2. Body



a) **bod** – kliknutím umiestnime na výkres bod

b) **stred** – zobrazí stred úsečky

c) **päta kolmice** – zvýrazní bod prieniku kolmice s priamkou

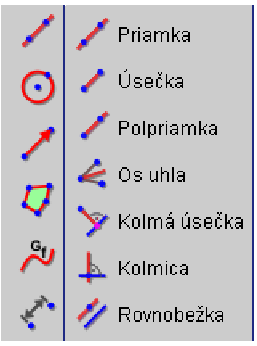
d) **stred opísanej kružnice** – určí stred kružnice určenej 3 bodmi

e) **priesečník** – zvýrazní bod prieniku dvoch útvarov

f) **bod (osová súmernosť)** – zobrazí bod v osovej súmernosti

g) **bod (stredová súmernosť)** – zobrazí bod v stredovej súmernosti

3. Priamka



a) **priamka** – zobrazí priamku určenú bodmi

b) **úsečka** – zobrazí úsečku danú bodmi

c) **polpriamka** – zobrazí polpriamku danú bodmi

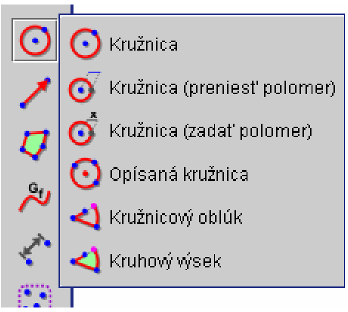
d) **os uhla** – zobrazí os uhla daného dvoma priamkami

e) **kolmá úsečka** – zobrazí úsečku kolmú na priamku prechádzajúcu daným bodom

f) **kolmica** – zobrazí priamku kolmú na danú priamku

g) **rovnobežka** – zobrazí priamku rovnobežnú s danou priamkou

4. Kružnica

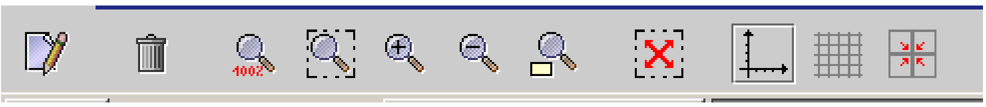


a) **kružnica** – zobrazí kružnicu danú stredom a bodom

b) **kružnica (zadať polomer)** – zobrazí kružnicu s daným stredom a polomerom

c) **opísaná kružnica** – zobrazí kružnicu určenú troma bodmi

5. Ostatné



a) vlastnosti objektu

b) mazanie

c) zoom na 100%

d) presunúť objekt do viditeľnej oblasti

e) zoom +

f) zoom –

g) zoom + určitej oblasti

h) posunutie viditeľnej oblasti

i) súradnicová sústava

j) mriežka

k) prichytenie bodu na mriežku

3. SÚČASNÉ TRENDY V DIDAKTIKE MATEMATIKY

3.1 Slovník

V posledných rokoch významné miesto v didaktike matematiky zohráva teória didaktických situácií. **Didaktická situácia** je každá situácia umožňujúca získať nový poznatok. Hlavnými zúčastnenými sú vzdelávaný a vzdelávajúci, teda žiak a učiteľ a poznatok. Medzi nimi existuje interakcia, tzv. **didaktický systém**. Je to systém zložený z troch podsystémov: vzdelávaný (žiak), vzdelávajúci (učiteľ), poznatok a vzťahov medzi nimi (**didaktický kontrakt**). O učiteľovi sa predpokladá, že vie a je schopný vhodne zasiahnuť do žiakovho procesu učenia sa. O žiakovi sa predpokladá, že vedomosť – osvojený poznatok – ovláda čiastočne alebo vôbec. Vzťah medzi prvými dvoma sa tiež nazýva didaktický systém v užšom slova zmysle.

V rámci tejto práce sme pripravili úvodnú pilotáž z vytvorených textov a virtuálnych pomôcok pre ZŠ a tiež ich analýzu. Analýza úloh, teda analýza a priori, analýza a posteriori prebieha v šiestich bodoch, z ktorých prvé štyri zodpovedajú analýze a priori a zvyšné dve analýze a posteriori.

1. *Aké miesto v matematickom poznaní žiaka na danej úrovni zastáva zadanie úlohy.*

- popis matematického poznatku,
- spresnenie poznatku, či je nový alebo starý,
- spresnenie zadanej úlohy.

2. *Aké miesto v ponúkanom didaktickom scenári zaujme riešenie úlohy.*

Globálne, učiteľ určí moment, kedy danú úlohu zadá, ako aj staré a nové pojmy, možné námietky a problémy žiakov, druh uvažovanej činnosti, odpovede, didaktické dohody, ako je nápoveda.

3. *Opis aktivít žiakov.*

- *Lokálna úroveň*

  <u>analýza možných žiackych aktivít na explicitnej úrovni</u>

  učiteľ sa snaží analyzovať a priori:

  - vstup žiakov do danej úlohy,
  - potrebu využitia kalkulačky na danej hodine,
  - poprípade opis úlohy a požadované riešenia.

  <u>analýza žiackych aktivít na implicitnej úrovni</u>

  Aké prostriedky má žiak k dispozícii na prípadnú kontrolu úlohy

- *Globálna úroveň*

  Určíme náročnosť, úroveň prínosu, možnosť zovšeobecnenia úlohy.

  Analyzujeme iniciatívu zo strany žiaka.

4. *Analýza očakávaní učiteľa*

Cieľom učiteľa je podať daný poznatok jednoduchšie, opakovať, aktualizovať alebo zaviesť nový pojem? Aké sú očakávané postupy danej činnosti, globálne alebo lokálne, týkajúce sa zadanej úlohy.

5. *Opis efektívneho riadenia v triede a posteriori*

Snažíme sa vypozorovať ako učiteľ riadi rozličné fázy spresnené v analýze a priori, akým spôsobom sa obracia na žiakov, aké úvahy využíva, akým spôsobom pracujú žiaci, aké sú prechody medzi výkladom a prácou žiakov.

6. *Analýza a posteriori efektívnych aktivít žiakov*

Úlohy predpísané učiteľom nevyvolávajú vždy u žiakov očakávané aktivity a činnosť. Súčasťou tejto analýzy by mala byť aj kvalitatívna analýza: porovnanie žiackych riešení s cieľmi a riešeniami očakávanými učiteľom.

Analýza situácie a – priori, teda vzostupná analýza vychádza z cieľovej situácie a ústi do projektovej situácie, t. j. vychádza z **a – didaktickej situácie**, čo je forma vyučovania matematiky, ktorá umožňuje samostatnou aktivitou učiaceho sa subjektu získať nové poznatky, ich zmysel a ich prípadné začlenenie do všeobecných štruktúr. Konečným cieľom je dosiahnuť, aby žiak vedel získané poznatky použiť v situáciách, keď učiteľ už nebude k dispozícii, a postupne zasahuje do nižších úrovní didaktickej situácie. Je to analýza práce žiaka, v ktorej sú nižšie úrovne projektované a vyššie realizované, teda umožňuje pochopiť predovšetkým hľadisko žiaka.

Analýza situácie a – posteriori, teda zostupná analýza, vychádza z noosferickej situácie a ústi do situácie učenia, t. j. vychádza z didaktickej situácie a ústi do a-didaktickej situácie, v ktorej sú nižšie úrovne realizované a vyššie zodpovedajú projekcii do budúcnosti, teda zostupná analýza umožňuje pochopiť predovšetkým hľadisko učiteľa.

3.2 Učebné osnovy

3.2.1 Ciele

Matematika má v systéme vzdelávania kľúčové postavenie predovšetkým preto, lebo výrazne rozvíja myslenie žiakov. Učí ich robiť analýzu aj syntézu, vyslovovať hypotézy, dokazovať a overovať ich správnosť praxou. Vedie ich k racionálnej práci, deduktívnemu spôsobu myslenia, k presnej a stručnej formulácii myšlienok, učí ich osvojiť si matematickú symboliku ako ďalší prostriedok vyjadrovania. Žiakov vedie k poznaniu, že teória je nevyhnutná pre riešenie praktických úloh a že teória vzniká riešením praktických problémov a úloh. Základné poslanie predmetu matematika je určené aj jej potrebou pri výklade a riešení problémov v ďalších predmetoch, ako sú fyzika, chémia, prírodopis, ale aj v predmetoch humanitného zamerania ako sú zemepis, dejepis a ďalšie predmety.

Didaktický systém vyučovania matematiky na 2. stupni základnej školy nadväzuje na učivo 1. stupňa a spolu s ním tvorí jednotný systém otvorený smerom k všetkým trom typom stredných škôl a vytvára predpoklady na úspešné absolvovanie matematického vzdelávania v rámci povinnej deväťročnej školskej dochádzky.

Výchovno-vzdelávací proces v matematike má smerovať k tomu, aby žiak:

– osvojil si určené fakty, pojmy a vzťahy medzi nimi, definície, vety a dôsledky, ktoré z nich vyplývajú, terminológiu, frazeológiu, symboliku a metódy práce,
– vedel v rôznych situáciách čítať, písať a hovoriť o matematike,
– v súlade s osvojením si obsahu dosiahol zručnosti v rôznych formách počítania: spamäti, písomne, pomocou kalkulačky (tabuľky); v konštruovaní rovinných útvarov a výpočte ich obvodu a obsahu, vo výpočte povrchu a objemu telies, v grafickom vyjadrovaní údajov a vedel prakticky uplatniť svoje vedomosti a zručnosti,
– pri získavaní vedomostí a zručností rozvíjal si úroveň vnímania, pozorovania, predstavivosti, obrazotvornosti, pamäti a myšlienkových operácií,
– poznal hlavné historické a kultúrne etapy vývoja matematiky,
– naučil sa matematicky uvažovať, bol schopný tvoriť jednoduché odhady, domnienky, hypotézy, zhromažďovať údaje na podporu svojich úvah atď.,
– vytváral, rozvíjal a upevňoval si kladné morálne a vôľové vlastnosti, ako sú samostatnosť, rozhodnosť, húževnatosť, sebakritickosť, kritickosť a snažil sa o cieľavedomú sebavýchovu a sebavzdelávanie.

3.2.2 Obsah

Celý didaktický systém matematiky na 2. stupni je zásadne vybudovaný tak, že dáva široký priestor pre algoritmizáciu a možnosť rozšírenia vzdelávacieho obsahu o poznatky z výpočtovej techniky a využitie tejto techniky na zefektívnenie vyučovania matematiky.

V geometrii sa v nadväznosti na 1. stupeň základnej školy prehlbujú poznatky žiakov o základných geometrických útvaroch v rovine a v priestore. Docvičí sa zručnosť rysovať, pričom sa zaraďujú konštrukčné úlohy so stále rastúcou náročnosťou. Dôraz sa kladie na konštrukciu a jej zápis, vrátane algoritmizácie riešenia a zápisu postupnosti jednotlivých krokov. Postupne od 5. ročníka sa rozvíjajú vedomosti žiakov z geometrických výpočtov. Dôraz sa kladie na úlohy z praxe a použitie jednotiek sústavy SI. Učivo o rysovaní je zaradené do 5. ročníka. Žiaci sa tu oboznamujú so základnými pravidlami rysovania.

Obsah vyučovania matematiky je členený na základné a rozširujúce učivo už na úrovni učebných osnov. Základné učivo sa má povinne preberať najneskôr v ročníku, v ktorom je osnovami stanovené. Neodporúča sa však preberať učivo vo vyššom ročníku, ako to stanovujú osnovy.

Témy rozširujúceho učiva dávajú učiteľom matematiky možnosti plne uplatniť tvorivý prístup pri výbere, spracovaní a spôsobe realizácie vo vyučovaní v súlade s požiadavkami teórie vyučovania matematiky, pedagogiky a psychológie. Počty hodín uvedené pri vymenovaní tematických celkov v ročníku sú len orientačné, pre učiteľa nezáväzné a nevyčerpajú celý hodinový fond v jednotlivých ročníkoch. Zo zvyšného počtu hodín si vyučujúci rezervuje 8 hodín na písanie a opravu štvrťročných prác, ostatné hodiny môže využiť na posilnenie tematických celkov základného učiva alebo na odporúčané témy. Je v kompetencii učiteľa, či sa rozhodne daný tematický celok rozložiť na menšie časti, alebo ho preberie naraz. Pre vyučujúceho nie je záväzné preberať tematické celky v takom poradí, ako je uvedené v osnovách. Zmena poradia preberania tematických celkov však nesmie narušiť medzipredmetové a vnútro-zložkové vzťahy.

3.2.3 Ciele vyučovania stredovej a osovej súmernosti

– Zostrojiť obraz bodu, úsečky, trojuholníka a štvoruholníka v stredovej a osovej súmernosti.
– Zistiť o preberaných rovinných geometrických tvaroch, či sú stredovo alebo osovo súmerné.
– Viesť žiakov k objaveniu stredovej a osovej súmernosti v okolitom svete.
– Oceniť význam súmernosti v bežnom živote, predovšetkým pri vytváraní estetického prostredia (parky, námestia, domy).

Obsah

Stredová súmernosť, konštrukcia obrazu geometrického útvaru v stredovej súmernosti, stredovo súmerné geometrické útvary. Osová súmernosť, konštrukcia obrazu geometrického útvaru v osovej súmernosti, osovo súmerné geometrické útvary.

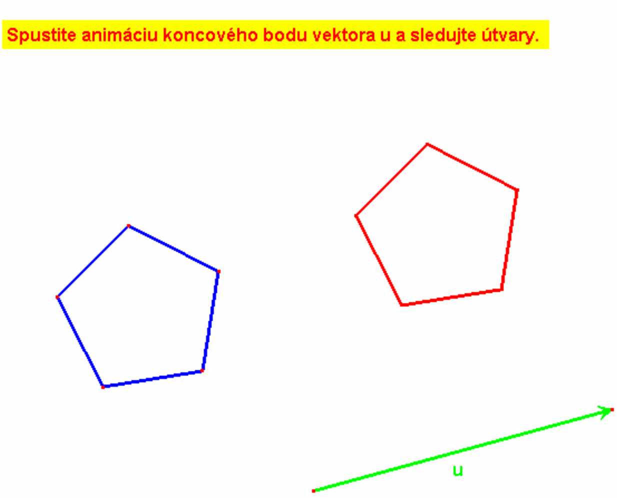
3.2.4 Proces

Na splnenie vytýčených cieľov vyučovania matematiky je nevyhnutné používať aktivizujúce vyučovacie metódy, a to predovšetkým samostatnú prácu žiakov, prácu vo dvojiciach a skupinovú prácu. Okrem samostatnej práce zacielenej na získanie počtových návykov a ďalších zručností je nevyhnutné, aby žiaci objavovali nové poznatky experimentovaním a vlastnou činnosťou. Pre učiteľa to znamená, že individuálnym prístupom objavuje a usmerňuje rozvoj schopností jednotlivých žiakov a riadi tvorivú prácu kolektívu triedy. Iniciatíva jednotlivých žiakov pri riešení úloh a spoluzodpovednosť za pracovné výsledky majú hlboký výchovný význam. Hodiny matematiky musia byť naplnené živým pracovným ruchom. Objaviteľský prístup pri získavaní nových poznatkov a radosť zo samostatne vyriešenej úlohy posilňujú pozitívny vzťah žiaka k predmetu. Použitie aktivizujúcich metód práce sa musí zabezpečovať využívaním vhodných demonštračných pomôcok a didaktickej techniky. Veľký význam má používanie moderných prostriedkov výpočtovej techniky, predovšetkým grafických kalkulátorov, dataprojektorov a osobných počítačov. Pri vyučovaní treba dbať na priebežné opakovanie a precvičovanie učiva, riešenie primeraných úloh so stále rastúcou náročnosťou vo vzťahu k individuálnemu rozvoju žiakov.

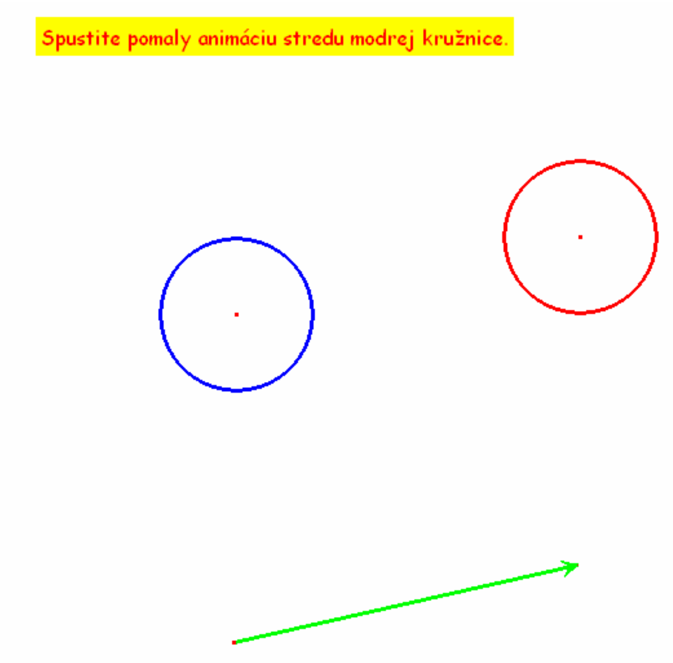
Účinnou formou na rýchle zopakovanie a upevnenie učiva sú krátke písomné práce, ktoré sa zaraďujú spravidla na začiatok vyučovacej hodiny. Dôležitá je rýchla kontrola výsledkov práce žiakov, napríklad spätným projektorom, a rozbor chýb žiakov tak, aby si každý žiak uvedomil, aké vedomosti si musí individuálne doplniť. Na túto prácu so žiakmi učiteľ využíva zbierky úloh. V učebniciach a zbierkach úloh sú k daným tematickým celkom zaradené aj obťažnejšie úlohy, ktoré umožňujú učiteľovi diferencovane pristupovať k žiakom a individuálne pracovať so žiakmi s hlbším záujmom o matematiku. Neoddeliteľnou súčasťou individuálneho prístupu vyučujúceho k žiakom je starostlivosť o zaostávajúcich žiakov. Obťažnosť matematiky pre týchto žiakov spočíva v tom, že neosvojenie jedného pojmu nedáva predpoklad na zvládnutie ďalšieho učiva. Preto je u týchto žiakov nevyhnutné individuálnou starostlivosťou doplniť osvojenie si všetkých základných pojmov a vedomostí. Pomáhajú im v tom aj zadania príkladov v podobe pracovných listov, v ktorých majú priamo zobrazené zadanie. Tým sa im uľahčí predstavenie si úlohy a môžu ich priamo začať riešiť.

4. MOTIVAČNÉ PRÍKLADY

4.1 Posunutie

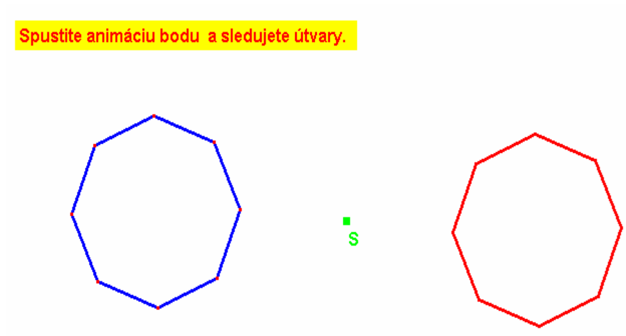


Pri spustení animácie koncového bodu vektora **u** sa červený útvar začne pohybovať podľa toho, ako sa mení smer a dĺžka vektora **u**. Vektor sa pohybuje po skrytom mnoho – uholníku, a teda sa mení jeho smer a dĺžka. Úlohou vyučujúceho je ukázať tento príklad žiakom a nechať ich, nech sami zistia niektoré závislosti pohybu červeného útvaru. Je veľmi jednoduché takýto príklad zostrojiť a nechať koncový bod vektora pohybovať sa napríklad po kružnici. Taktiež je možné meniť útvary, ktoré zobrazujeme, ako aj ich počet.

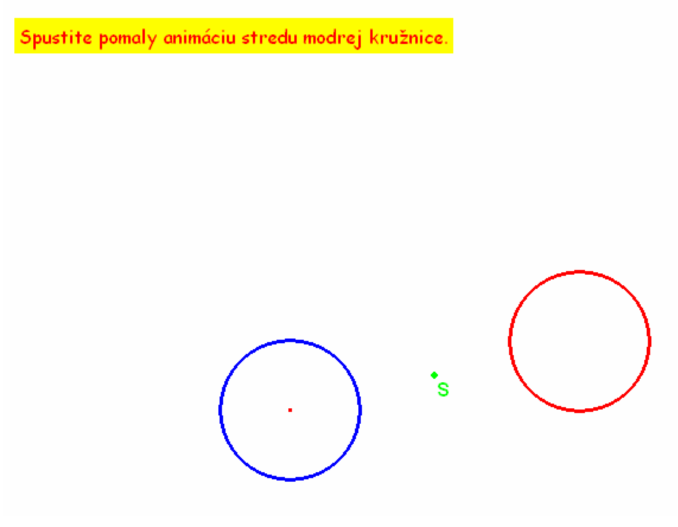


Po spustení animácie stredu modrej kružnice sa začne pohybovať aj červená kružnica. Žiaci majú zistiť závislosť pohybu červenej kružnice vzhľadom na modrú v závislosti od veľkosti a smeru daného vektora. Učiteľ má možnosť v priebehu celej animácie merať vzdialenosť stredov kružníc, ako aj veľkosť vektora.

4.2 Stredová súmernosť

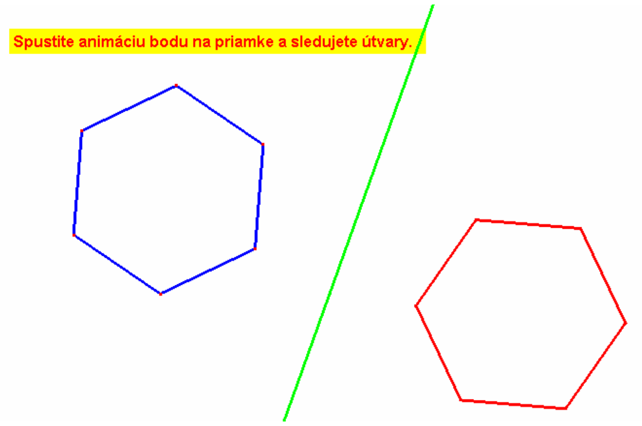


Po spustení animácie stredu súmernosti S sa červený osemuholník začne pohybovať. Podľa toho, ako sa stred súmernosti pohybuje po skrytom n – uholníku, pohybuje sa aj červený osemuholník Úlohou vyučujúceho je ukázať tento príklad žiakom a nechať ich nech sami zistia závislosť pohybu červeného útvaru. Prípadne učiteľ môže odpovedajúce vrcholy označiť písmenami a merať ich vzdialenosť od stredu súmernosti.

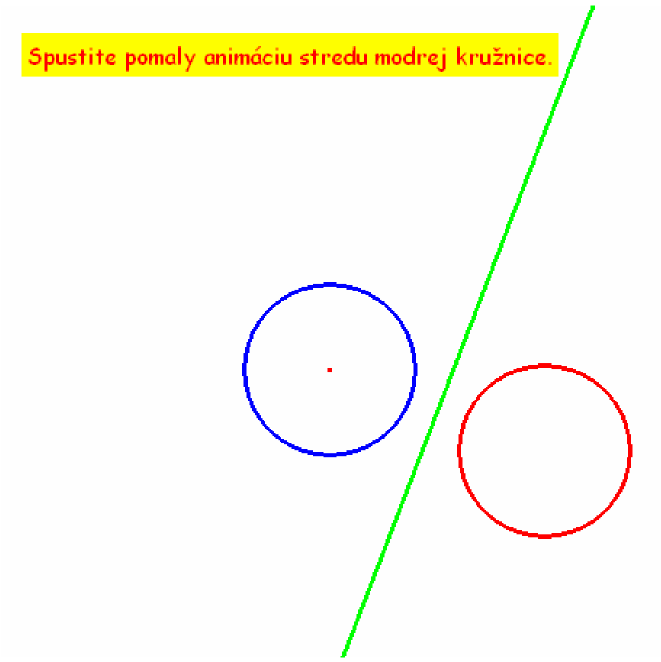


Po spustení animácie stredu modrej kružnice sa červená kružnica začne pohybovať. Podľa toho, ako sa stred súmernosti pohybuje po skrytom n – uholníku, pohybuje sa aj červená kružnica. Úlohou vyučujúceho je ukázať tento príklad žiakom a nechať ich, nech sami zistia závislosť pohybu červeného a modrého útvaru vzhľadom na stred súmernosti. Prípadne učiteľ môže odpovedajúce body na kružniciach označiť písmenami a merať ich vzdialenosť od stredu súmernosti.

4.3 Osová súmernosť



Pri spustení animácie bodu, ktorý zdanlivo nie je vidieť, ale nachádza sa na priamke, začne sa priamka približovať a vzďaľovať od modrého 6 – uholníka. Je opäť na žiakoch, aby zisťovali, čo sa deje s červeným útvarom, keď sa priamka pohybuje. Bod, ktorý v tomto prípade je bodom skrytej kružnice, musí byť rovnakej farby ako priamka aby žiakov nezavádzal.

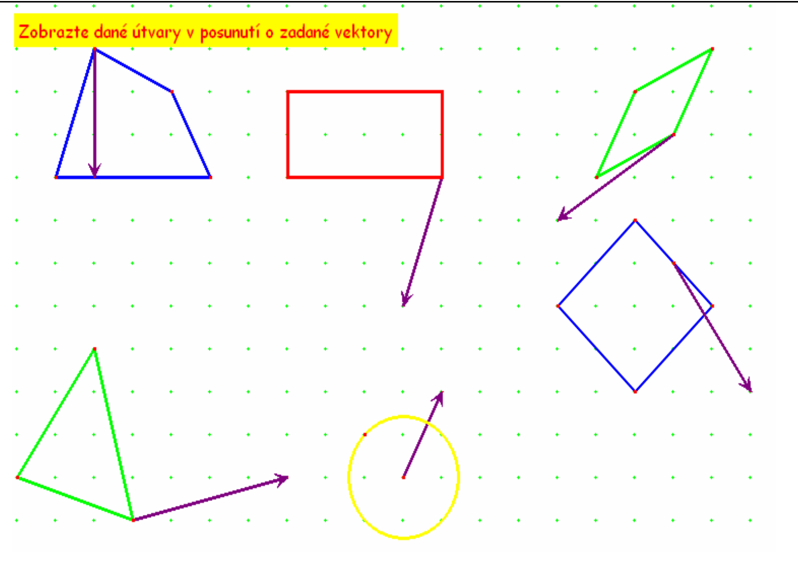
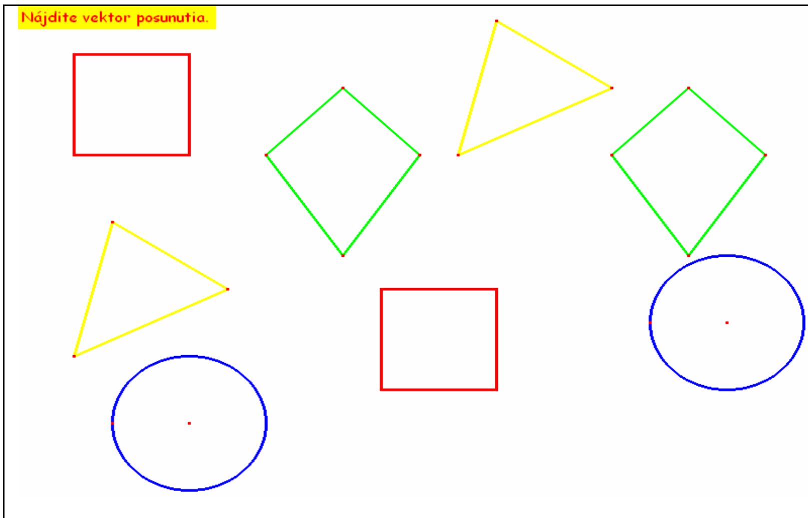
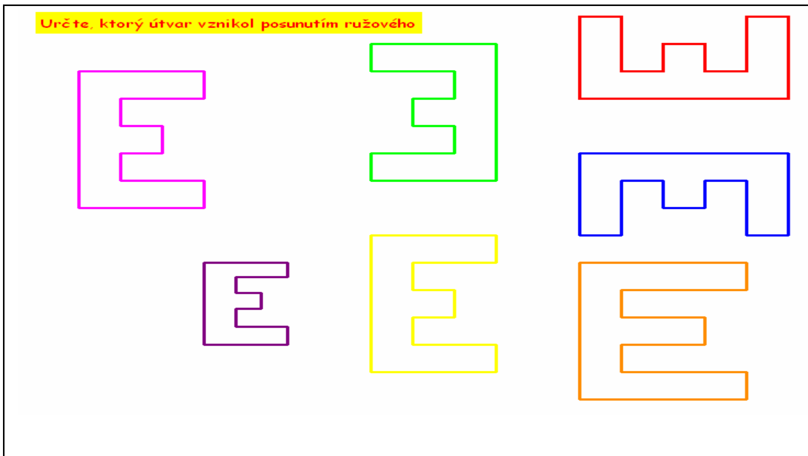


Pri spustení pomalej animácie stredu modrej kružnice sa táto začne pohybovať. Vzhľadom na to, že červená kružnice je jej obrazom v osovej súmernosti podľa zelenej osi, začne sa pohybovať tiež. Žiaci môžu pozorovať, že vzdialenosť oboch kružníc od priamky sa mení rovnako. Pre názornejšiu ukážku je možnosť zvoliť bod na modrej kružnici, osovo ho zobraziť na červenú kružnicu a merať vzdialenosť oboch bodov od zelenej osi súmernosti.

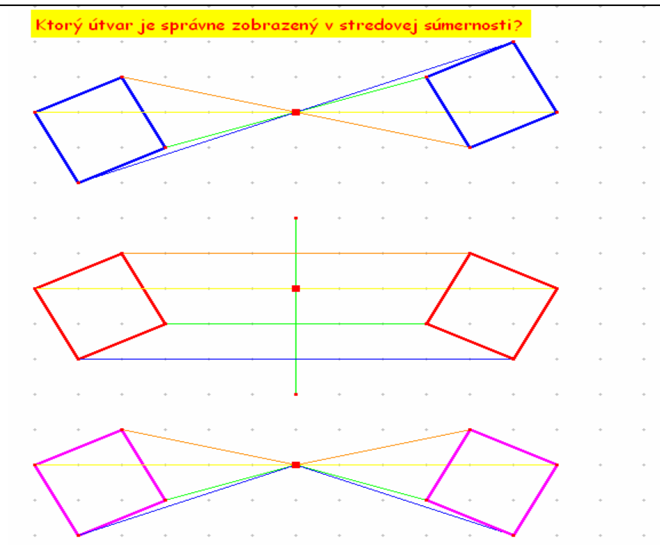
5. CVIČENÉ LISTY

5.1 Úlohy

5.1.1 Posunutie

	**Cvičenie 1** Zobrazte dané útvary v posunutí o určený vektor. **Návod**: Budeme zobrazovať bod po bode, až kým nezobrazíme dostatočný počet bodov, aby sme boli schopní zobraziť celý útvar.
	**Cvičenie 2** Určte vektor posunutia jednotlivých útvarov. **Návod**: Je potrebné nájsť dvojice vzor – obraz jednotlivých útvarov a potom zobraziť vektor o ktorý bol jeden z útvarov posunutý.
	**Cvičenie 3** Určte, ktorý útvar vznikol posunutím ružového útvaru. Nájdite vektor posunutia. **Návod**: Treba si uvedomiť, že posunutím sa útvar nemôže ani otočiť, ani zmeniť rozmery.

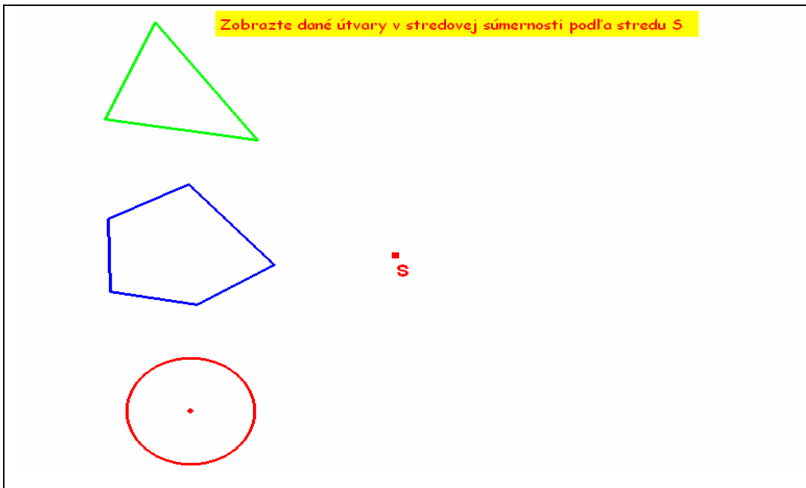
5.1.2 Stredová súmernosť



Cvičenie 1

Ktorý útvar je správne zobrazený v stredovej súmernosti podľa zvýrazneného stredu?

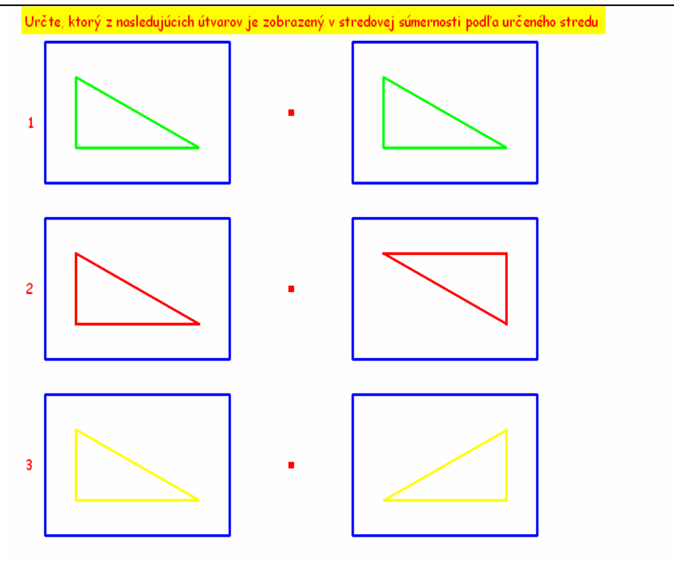
Návod: Treba si uvedomiť zásady zobrazovania v stredovej súmernosti.



Cvičenie 2

Zobrazte dané útvary v stredovej súmernosti podľa stredu S.

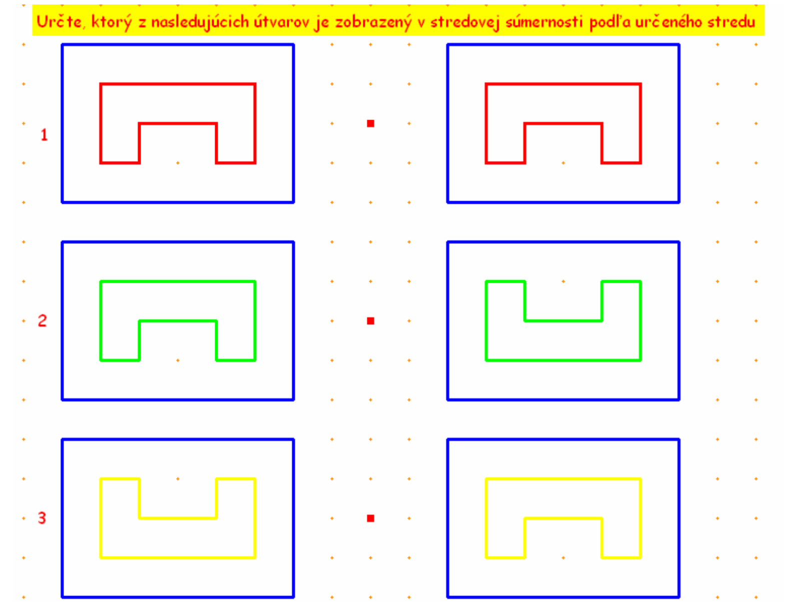
Návod: Podľa pravidiel zobrazovania v stredovej súmernosti zobrazíme dôležité body útvarov. Potom vykreslíme celé útvary.



Cvičenie 3

Určte, ktorý z útvarov je zobrazený v stredovej súmernosti podľa určeného stredu.

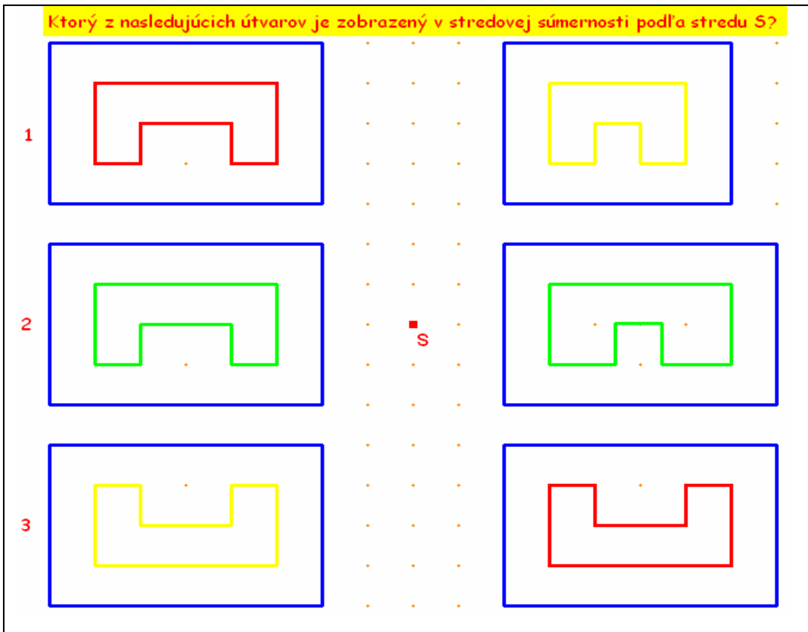
Návod: Stačí, ak si všimneme trojuholníky vo vnútri obdĺžnikov a určíme, ktorý z nich je zobrazený stredovou súmernosťou.



Cvičenie 4

Určte. ktorý z útvarov je zobrazený v stredovej súmernosti podľa určeného stredu.

Návod: Stačí, ak si všimneme n – uholníky vo vnútri obdĺžnikov a určíme, ktorý z nich je zobrazený v stredovej súmernosti podľa výrazného stredu.

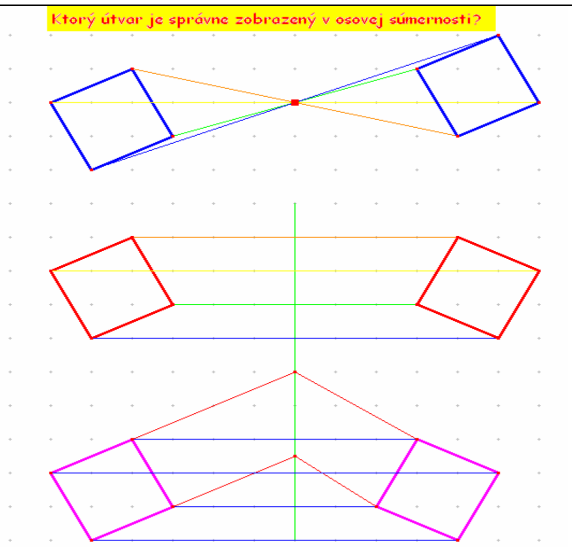


Cvičenie 5

Ktorý z nasledujúcich útvarov je zobrazený v stredovej súmernosti podľa stredu S? Vysvetlite, prečo ostatné nie sú.

Návod: Podľa pravidiel zobrazovania v stredovej súmernosti je možné postupne vylučovať jednotlivé zobrazenia a určiť správne riešenie.

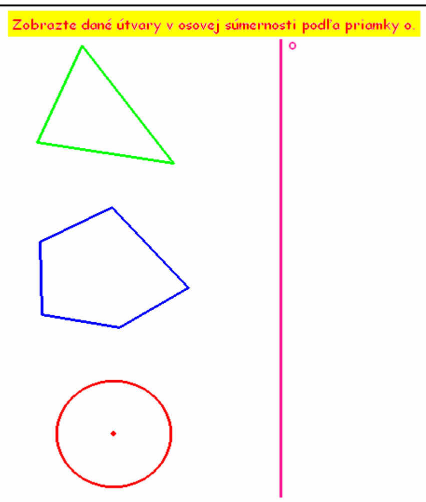
5.1.3 Osová súmernosť



Cvičenie 1

Ktorý útvar je správne zobrazený v osovej súmernosti podľa zvýraznenej priamky?

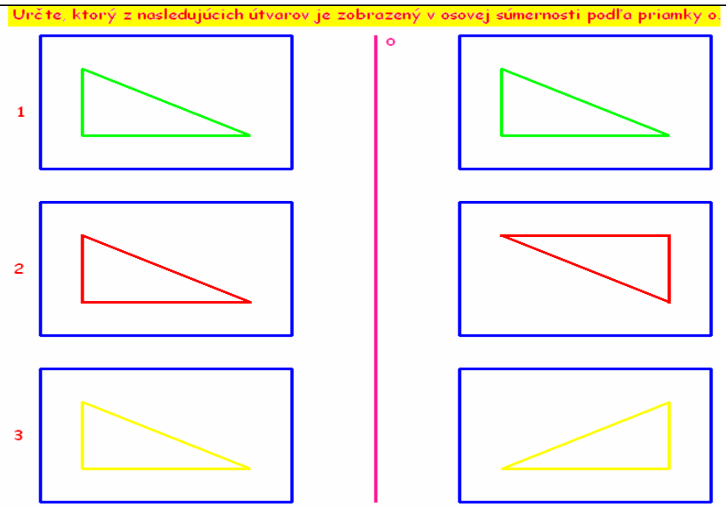
Návod: Treba si uvedomiť systém zobrazovania v osovej súmernosti.



Cvičenie 2

Zobrazte dané útvary v osovej súmernosti podľa priamky o.

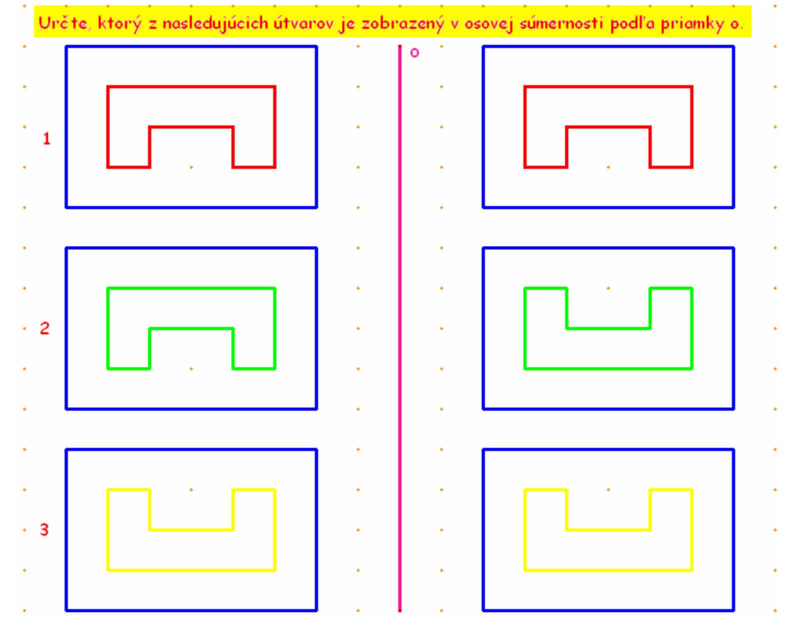
Návod: Podľa pravidiel zobrazovania v osovej súmernosti zobrazíme dôležité body útvarov. Potom vykreslíme celé útvary.



Cvičenie 3

Určte, ktorý z útvarov je zobrazený v osovej súmernosti podľa určenej priamky o.

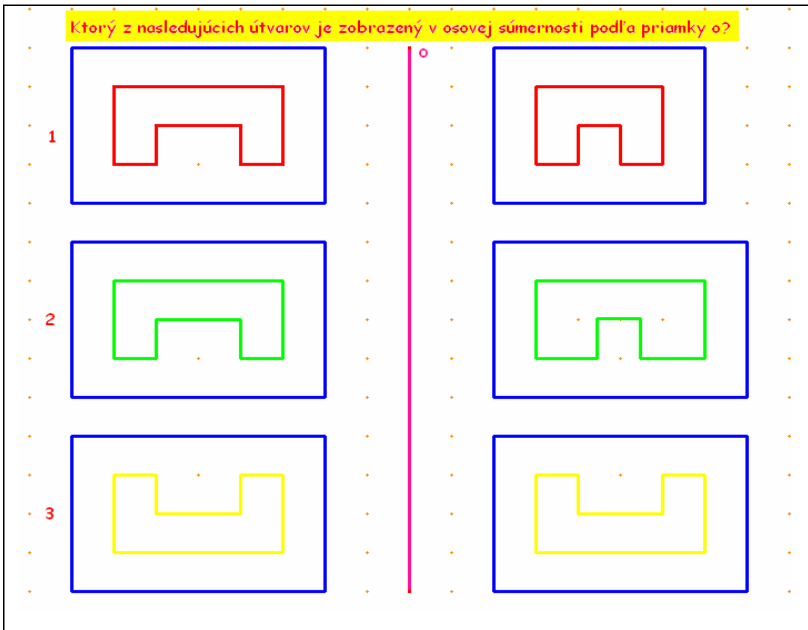
Návod: Stačí, ak si všimneme trojuholníky vo vnútri obdĺžnikov a určíme, ktorý z nich je zobrazený v osovej súmernosti.



Cvičenie 4

Určte, ktorý z útvarov je zobrazený v stredovej súmernosti podľa danej priamky.

Návod: Stačí, ak si všimneme n – uholníky vo vnútri obdĺžnikov a určíme, ktorý z nich je zobrazený v osovej súmernosti podľa zvýraznenej priamky o.



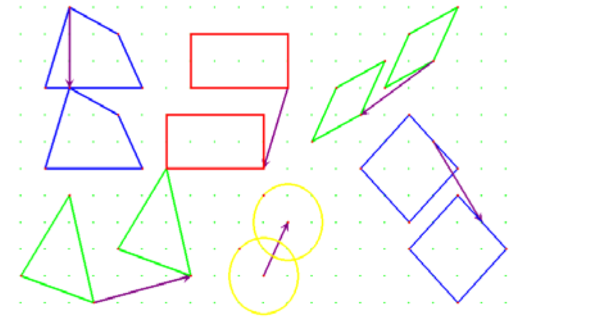
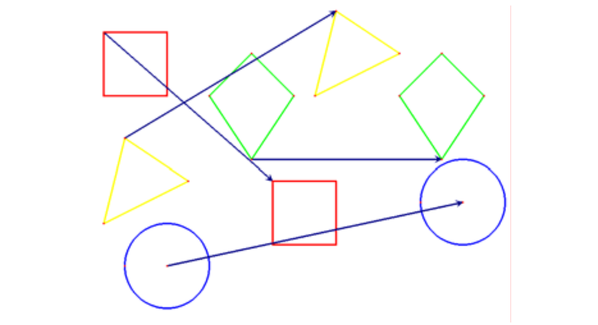
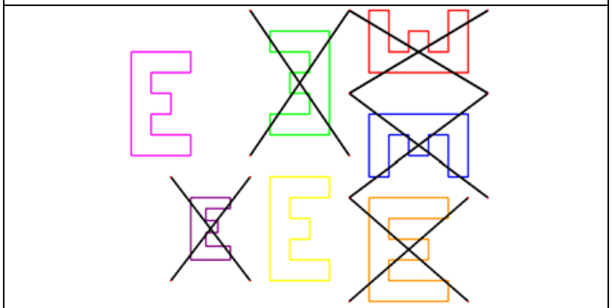
Cvičenie 5

Ktorý z nasledujúcich útvarov je zobrazený v osovej súmernosti podľa priamky o? Vysvetlite, prečo ostatné nie sú.

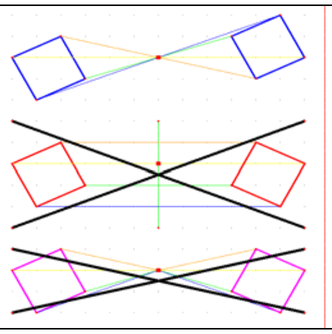
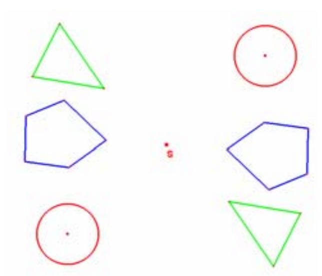
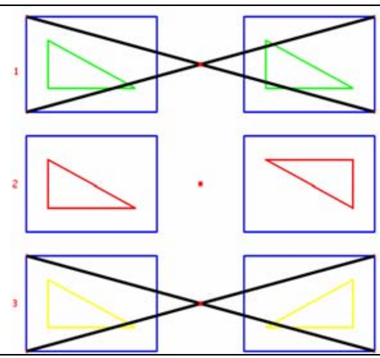
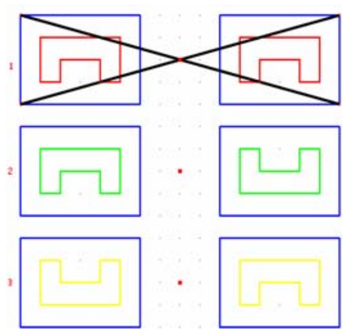
Návod: Podľa pravidiel zobrazovania v osovej súmernosti je možné postupne vylučovať jednotlivé zobrazenia a určiť správne riešenie.

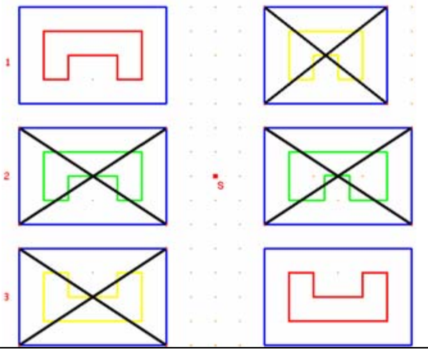
5.2 Riešenia

5.2.1 Posunutie

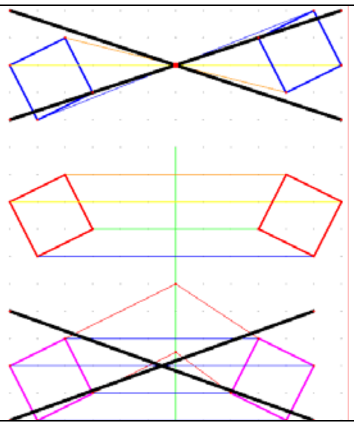
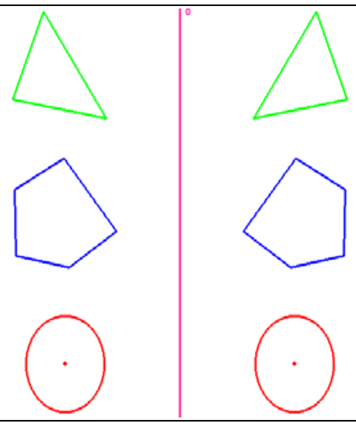
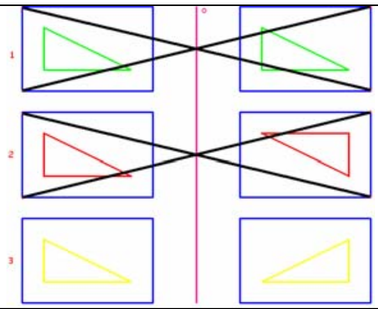
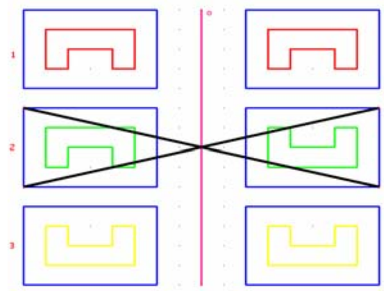
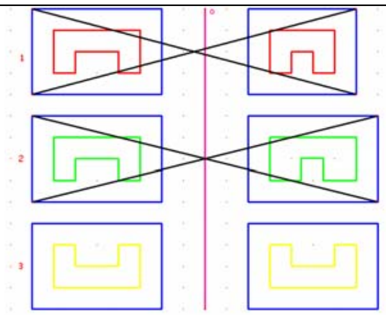
Cvičenie 1	Cvičenie 2
	
Cvičenie 3	
	

5.2.2 Stredová súmernosť

Cvičenie 1	Cvičenie 2
	
Cvičenie 3	Cvičenie 4
	

Cvičenie 5


5.2.3 Osová súmernosť

Cvičenie 1	Cvičenie 2
	
Cvičenie 3	Cvičenie 4
	
Cvičenie 5	
	

6. PILOTÁŽ VYTVORENÝCH UČEBNÝCH TEXTOV A VIRTUÁLNYCH POMÔCOK NA ZŠ

6.1 Prípravná fáza

V prípravnej časti bolo nutné vybrať úlohy, ktoré budú žiaci riešiť. Bolo potrebné určiť ciele, ktoré danými úlohami chceme sledovať. Úlohy použité pri pilotáži boli vybrané z cvičení z kapitoly cvičné listy. Spolu bolo vybraných 7 úloh.

1. a 2. boli úlohy zamerané na zhodnosť útvarov. V prvou príklade sme chceli sledovať, či si žiaci uvedomujú, že okrem toho, že útvary musia byť zhodné čo sa týka geometrických vlastností, išlo aj o to aby správne farebne označili všetky strany štvorca. V druhej úlohe mali ľubovoľne zostrojiť zhodný útvar. Touto úlohou sme zisťovali predstavu žiakov o tom, čo znamená zhodný útvar.

3. úloha bola zameraná na posunutie. Táto úloha bola na preverenie definície posunutia a toho ako ju vnímajú žiaci.

4. a 5. úloha bola zameraná na stredovú súmernosť. V štvrtej úlohe išlo o pochopenie stredovej súmernosti a pravidlu zobrazovania. Pričom žiaci mali na výber z viacerých možností. V piatej úlohe sme sledovali pochopenie stredovej súmernosti v praktickom využití v príkladoch.

6. a 7. úloha bola zameraná na osovú súmernosť. V šiestej úlohe išlo o pochopenie osovej súmernosti a pravidlu zobrazovania. Pričom žiaci mali na výber z viacerých možností. V siedmej úlohe sme sledovali pochopenie osovej súmernosti v praktickom využití v príkladoch. Predovšetkým o pochopenie základných vlastností osovej súmernosti.

Príklady boli vybrané z cvičných listov. Z témy zhodnosť 2. a 4. úloha, 3. úloha z témy posunutie, 1. a 4. úloha z témy stredová súmernosť a nakoniec 1. a 5. úloha z témy osová súmernosť.

6.2 Realizačná fáza

Dňa 28.2.2005 bola na ZŠ I. Bukovčana 3 vykonaná pilotáž príkladov vytvorených v Cabri II Plus. V prvej fáze žiaci pracovali pri počítačoch, boli vytvorené 3 skupiny po 5 žiakoch. Všetci zúčastnení boli žiaci 9. ročníka základnej školy. Spolu bolo 8 chlapcov a 7 dievčat. Boli vybraní náhodne, čím bolo zabezpečené, že sa na pilotáži zúčastnili výborní žiaci, ale aj žiaci s horšími vedomosťami v oblasti matematiky.

14.12.2005 bola vykonaná pilotáž príkladov v triede. V triede bolo prítomných 15 žiakov. Opäť ako aj v prvej fáze išlo o žiakov 9. ročníka základnej školy. Medzi žiakmi boli zastúpení lepší, aj žiaci so slabšími výsledkami v matematike.

Úlohou oboch skupín bolo riešiť sadu úloh vybraných v prípravnej fáze pilotáže (viď príloha 1). Žiaci tejto základnej školy pracovali s programom Cabri geometria II Plus po prvýkrát. Nikdy predtým o programe nepočuli, ani nevideli pracovné prostredie. Žiaci mohli úlohy riešiť v ľubovoľnom poradí. Pomocou príkazov v prostredí Cabri alebo len na základe zadania mali žiaci určiť správnu odpoveď, prípadne zobraziť výsledok. Na účely tejto práce boli použité iba príklady číslo 3, 4, 5, 6 a 7.

Žiaci pracujúci v prostredí Cabri geometria II Plus mali k dispozícii úlohy tak, ako boli pripravené na jednotlivých výkresoch. Každý mal k dispozícii vlastný počítač a nedovolili sme, aby sa žiaci mohli o riešeniach radiť. Čím sme zabezpečili autenticitu jednotlivých žiackych riešení.

Žiaci pracujúci v triede dostali čierno-bielu verziu tých istých úloh, ale na papieri. Takisto ako v prvej skupine ani teraz nebolo povolené sa o príkladoch a ich riešeniach baviť medzi sebou. Pokiaľ niekto potreboval vysvetliť nejasnosti týkajúce sa zadania príkladu musel sa prihlásiť a tieto mu boli individuálne vysvetlené.

6.3 Analýza a-priori

Úlohy:

3. Posunutie je len rozširujúce učivo, preto je pravdepodobné, že žiaci túto úlohu budú riešiť skôr intuitívne. Existujú dve možnosti, ako túto úlohu riešiť:

    Podľa zadania pozorovaním alebo meraním zistiť, ktorý zo zobrazených útvarov je posunutím daného vzoru.

    Druhá možnosť je vylučovacou metódou dôjsť k záveru, ktorý útvar je zobrazený správne. Ostatné útvary sú zobrazené osovou súmernosťou, sú podobné s určitým koeficientom alebo sú úplne iné. Tieto by mal žiak na základe svojich vedomostí vylúčiť.

4. V tejto úlohe je dôležité, aby si žiaci uvedomili princíp zobrazovania v stredovej súmernosti. Predpokladáme, že okamžite vylúčia možnosť červeného štvorca, resp. možnosti číslo 2, ale v prípadoch modrého a fialového, resp. 1. a 3. možnosti si nebudú istí, a približne polovica sa nechá pomýliť možnosťou fialového, resp. 3. Druhá polovica správne určí jedinú správnu odpoveď, že modrý štvorec, resp. riešenie číslo 1 je správne zobrazené v stredovej súmernosti.
5. Úloha je opäť zameraná na stredovú súmernosť. Žiaci budú podľa toho, ako odpovedali v predchádzajúcej úlohe, túto úlohu riešiť len pozorovaním. Pravdepodobne im bude robiť problém skutočnosť, že existujú 2 správne riešenia, aj keď na túto možnosť boli upozornení. Očakávame, že správne určia iba druhý alebo tretí príklad. Prvý vylúčia na základe predchádzajúceho príkladu.
6. Ide o podobnú úlohu ako je 4. s tou zmenou, že v tomto prípade ide o osovú súmernosť. Žiaci vylúčia prvú možnosť, pretože už z názvu im bude jasné, že musí existovať os súmernosti. V zvyšných prípadoch pozornejší žiaci zaznamenajú fakt, že v prípade fialového štvorca, resp. 3. možnosti sa červené úsečky nenapájajú presne na štvorec a túto možnosť zamietnu.
7. Je dôležité, aby si žiaci v tejto úlohe uvedomili, že útvary zobrazované v osovej súmernosti sa nemôžu meniť. Na základe toho vyradia prvé dve možnosti, a potom už len stačí skontrolovať poslednú, či spĺňa požiadavky. Myslíme si, že toto bude pre žiakov najľahší príklad.

6.4 Analýza a- posteriori

Úloha 3. Žiaci mali určiť farbu, respektíve číslo správne zobrazeného útvaru. Niektorí označili viac útvarov. Správna odpoveď bola žltá, resp. možnosť číslo 3.

farba útvaru	zelená	fialová	žltá	červená	modrá	oranžová
číslo útvaru	1	2	3	4	5	6
# žiakov 1. test	**3**	**0**	**12**	**2**	**1**	**0**
# žiakov 2. test	**1**	**0**	**14**	**0**	**0**	**0**

Úloha 4. Žiaci mali odpovedať áno/nie na otázku, ktoré z útvarov sú správne zobrazené v stredovej súmernosti. Nepotvrdil sa predpoklad, že žiaci okamžite vylúčia červenú, 2. možnosť. Ale väčšina odhalila, že fialová, 3. možnosť nie je dobrá. Správne úlohu vyriešila viac ako polovica žiakov.

farba útvaru	modrý	červený	fialový
číslo útvaru	1	2	3
Áno 1. test	**7**	**4**	**5**
Nie 1. test	**8**	**11**	**10**
Áno 2. test	**11**	**3**	**2**
Nie 2. test	**4**	**12**	**13**

Úloha 5. Žiaci mali odpovedať áno/nie na otázku, ktoré z útvarov sú správne zobrazené v stredovej súmernosti. Podľa predpokladu sa žiaci spoliehali na svoje odpovede v predchádzajúcej otázke, a preto niektorí neriešili správne ani túto úlohu.

	1.	2.	3.
Áno 1. test	**8**	**6**	**5**
Nie 1. test	**7**	**9**	**10**
Áno 2. test	**6**	**6**	**8**
Nie 2. test	**9**	**9**	**7**

Úloha 6. Žiaci mali odpovedať áno/nie na otázku, ktoré z útvarov sú správne zobrazené v osovej súmernosti. Vzhľadom na to, že si niektorí zjavne mýlili jednotlivé metódy zobrazovania podľa predošlých úloh, nesprávne odpovedali aj v tejto úlohe, ale väčšina odpovedala správne.

farba útvaru	modrý	červený	fialový
číslo útvaru	1	2	3
Áno 1. test	**7**	**12**	**0**
Nie 1. test	**8**	**3**	**15**
Áno 2. test	**2**	**11**	**4**
Nie 2. test	**13**	**4**	**11**

Úloha 7. Žiaci mali odpovedať áno/nie na otázku, ktoré z útvarov sú správne zobrazené v osovej súmernosti. Podľa predpokladov bol tento príklad najjednoznačnejší a najúspešnejšie riešený.

	1.	2.	3.
Áno 1. test	**0**	**0**	**14**
Nie 1. test	**15**	**15**	**1**
Áno 2. test	**0**	**0**	**15**
Nie 2. test	**15**	**15**	**0**

Na záver sme označili žiakov číslami od 1 do 15 a spočítali sme počet správnych odpovedí u každého žiaka zvlášť. Spolu bolo 20položiek.

Žiaci	1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.	10.	11.	12.	13.	14.	15.
1. test															
Správne	**13**	**18**	**18**	**19**	**14**	**17**	**19**	**14**	**16**	**14**	**11**	**17**	**19**	**13**	**12**
Nesprávne	7	2	2	1	6	3	1	6	4	6	9	3	1	7	8
Úspešnosť (%)	65	90	90	95	70	85	95	70	80	70	55	85	95	65	60
2. test															
Správne	**19**	**13**	**20**	**15**	**16**	**14**	**13**	**19**	**16**	**14**	**14**	**19**	**13**	**17**	**15**
Nesprávne	1	7	0	5	4	6	7	1	4	6	6	1	7	3	5
Úspešnosť (%)	95	65	100	75	80	70	65	95	80	70	70	95	65	85	75

Výsledok: po spriemerovaní bola úspešnosť žiakov pracujúcich s Cabri 78% a žiakov pracujúcich v laviciach 79%.

6.5 Záver pilotáže

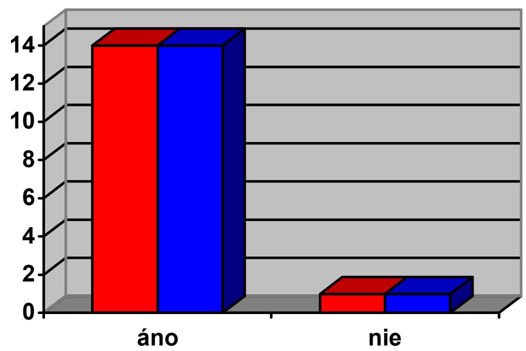
Na záver, po vyriešení príkladov, dostali žiaci papier s otázkami, ktoré sa týkali príkladov, ich úpravy a obťažnosti. Žiaci mali na výber vždy z dvoch odpovedí áno/nie. Svoje odpovede mali aj zdôvodniť. V záverečnej otázke mali vysloviť vlastný názor na dané príklady.

1. otázka: Rozumeli ste zadaniu príkladov?
2. otázka: Páčila sa vám úprava príkladov?
3. otázka: Ktoré úlohy sa vám riešia ľahšie?
4. otázka: Boli úlohy veľmi náročné a svojimi zadaniami ťažšie ako v učebnici?
5. otázka: Zaujala vás výučba zhodností pomocou Cabri?
5. otázka: Páčila by sa vám možnosť učiť sa zhodné a podobné zobrazenia na počítači?

Výsledky

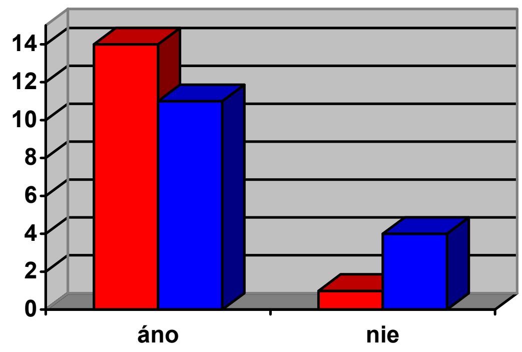
1. otázka

Väčšina žiakov napísala, že príklady boli jasne a zrozumiteľne zapísané a hneď im porozumeli. Jediná odpoveď bola, že sa žiak musel veľa pýtať. A dve odpovede boli kladné, s poznámkou, že nad príkladmi bolo treba veľa rozmýšľať.



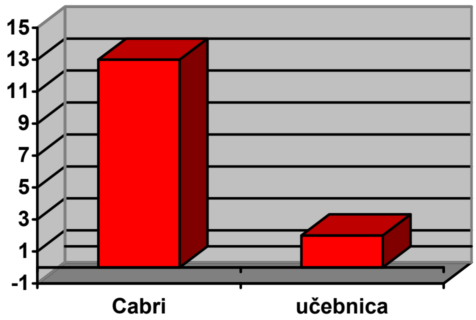
2. otázka

Väčšine žiakov sa úprava príkladov páčila. Jedinú výhradu mal jeden žiak, že nebola dostatočne viditeľná žltá farba.



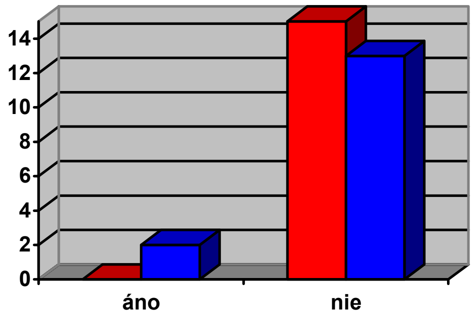
3. otázka

Väčšine žiakov sa príklady zadané v Cabri zdali lepšie, pretože (podľa žiakov) nedochádza k nepresnostiam. Okrem toho sa im príklady v učebnici zdajú zdĺhavo zapisované, kým pomocou Cabri „to bola zábava“.



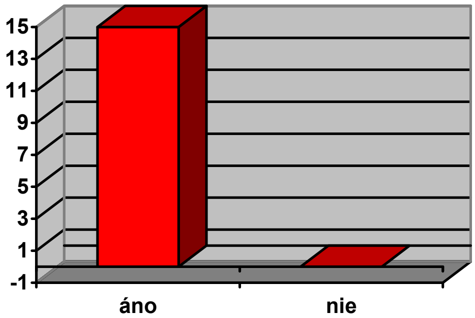
4. otázka

Všetkým žiakom sa zdali úlohy ľahšie alebo rovnako ťažké ako príklady v učebnici aj napriek tomu, že zadané príklady boli svojou obťažnosťou totožné s príkladmi z učebníc. Dôležité pre žiakov bolo, že majú k dispozícii priamo obrázok zadania.



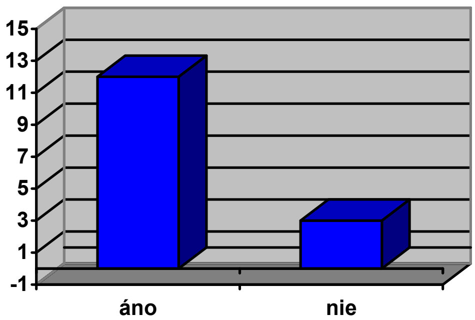
5. otázka

Všetkých žiakov výučba pomocou Cabri zaujala. Niektorých zaujala, preto, že radi pracujú s počítačom, iným sa táto forma výučby javila ako oveľa zábavnejšia. Oceňovali predovšetkým rýchlosť a presnosť vykresľovania jednotlivých čiar. Mnohým sa páčila zmena, že nemusia sedieť v triede s učebnicou, ale môžu pracovať s počítačom, a tým sa zdokonaľovať v jeho používaní.



5. otázka

Žiakom, ktorí riešili úlohy písomne v laviciach, bola zadaná otázka: Páčila by sa vám možnosť učiť sa zhodné a podobné zobrazenia na počítači?



7. ZÁVER

Cieľom tejto práce bolo vytvoriť motivačné príklady a ukázať postupy ako tieto príklady jednoducho tvoriť alebo obmieňať, zbierku elektronických úloh pomocou softvéru Cabri geometria II plus a zistiť, ako žiaci budú reagovať na túto formu vyučovania a na záver umiestniť tieto príklady na webové stránky, aby bola zabezpečená dostupnosť pre učiteľov matematiky na základných školách, žiakov, ale aj všetkých, ktorých táto tematika zaujíma.

V kapitole motivačné príklady sú príklady pre učiteľa uvedené vo forme vhodnej na priame použitie na hodinách matematiky, aj návod k tomu, ako ešte podporiť názornosť týchto príkladov. Mali by slúžiť na to, aby žiakov motivovali na riešenie ďalších, o niečo zložitejších príkladov. Keďže príklady sú dynamické žiakov zaujmú viac ako statické obrázky, s ktorými pracovali doteraz.

Vďaka množstvu vytvorených príkladov v kapitole cvičné listy, má učiteľ veľký počet variácií, ktoré môže zaujímavo, farebne, ale aj tvarovo meniť, dôsledkom toho získava neobmedzene veľa zadaní. Tieto príklady si možno pripraviť pred vyučovacou hodinou, čím odpadáva zdĺhavé rysovanie na tabuľu a jej neustále zotieranie. Učiteľ zároveň môže viac času venovať precvičovaniu úloh, odpovedaniu na otázky žiakov, aby žiaci dobre pochopili preberanú tému. V prípade potreby sa môže vrátiť k predošlým príkladom, ku ktorým by v prípade rysovania na tabuľu už nemal prístup. Žiaci môžu reagovať na zadané príklady a vďaka interaktivite prostredia, možno každú poznámku okamžite riešiť, prípadne ukázať iný podobný príklad. Čo je oveľa názornejšie.

Z pohľadu žiakov je výhodné, že zadania príkladov už majú pripravené v počítači a nemusia si nosiť rysovacie pomôcky. Ak nie je zadanie priamo vykreslené, nie je problém rýchlo a presne ho zobraziť. Žiaci sa preto môžu zamerať na riešenie príkladu. Zároveň pri zobrazovaní zadania pomocou daného softvéru odpadá problém nepresností. V Cabri geometrii je možnosť nastaviť si požadovanú presnosť zobrazovania. Príklady sú pre žiakov oveľa zaujímavejšie, pretože môžu do nich zasahovať, a tým rôzne meniť ich parametre. Sú pre nich motivujúce a zároveň im umožňujú spoznať grafické prostredie, čo podporí ich záujem o ďalšie vzdelávanie sa. Práca s počítačmi je v dnešnej dobe nevyhnutnosťou a žiaci riešením príkladov nadobudnú zručnosť pri práci s nimi.

V práci sú uvedené aj neriešené úlohy, ktoré môžu byť priamo použité na precvičovanie, prípadne na preskúšanie vedomostí žiaka. Všetky tieto príklady, úlohy a ich alternatívy uvádzame v prílohe na CD.

Nedávno bola celá práca ako aj príklady v nej uverejnené zavesené na internetových stránkach, kde sú voľne dostupné pre všetkých, ktorých táto téma zaujíma a chceli by sa s príkladmi oboznámiť.

Čoskoro budú na tejto stránke uverejnené aj jednotlivé riešenia k príkladom, aby bola možnosť skontrolovať si správnosť ich riešenia.

8. POUŽITÁ LITERATÚRA

Šedivý, O. a kolektív: Matematika pre 7. ročník základných škôl, 1. časť. Bratislava: Slovenské pedagogické nakladateľstvo, 1999

Šedivý, O. a kolektív: Matematika pre 7. ročník základných škôl, 2. časť. Bratislava: Slovenské pedagogické nakladateľstvo, 2000

Koreňová, L., Jodas, V.: Niektoré možnosti využitia Internetu a didaktického softvéru vo vyučovaní matematiky na základných a stredných školách. Bratislava: Metodické centrum mesta Bratislavy, 2002

Zborník 4 Bratislavského seminára z teórie vyučovania matematiky. FMFI UK Bratislava: 2001

Zborník 5 Bratislavského seminára z teórie vyučovania matematiky. FMFI UK Bratislava: 2003

9. PRÍLOHY

Príloha 1

Fotodokumentácia z pilotáže na ZŠ I. Bukovčana 3 v Bratislave dňa 28.2.2005

Príloha 2

Zadania úloh použitých pri pilotáži

Príloha 3

Dotazník pre žiakov pracujúcich s Cabri geometriou II Plus

Príloha 4

Dotazník pre žiakov pracujúcich v triede

Príloha 5

CD so zbierkou úloh