

V trojrozmernej počítačovej grafike je jednou zo základných entít trojrozmerný objekt. Pod týmto názvom sa najčastejšie rozumie 2-manifold. Samozrejme existujú aj reprezentácie a algoritmy pracujúce so zložitejšími objektami ako sú 2-manifolds.

Definícia: Manifold je topologický priestor, ktorý je lokálne euklidovský. T.j. pre každý bod objektu existuje jeho okolie topologicky ekvivalentné s jednotkovou guľou.

Väčšinou budeme pracovať s manifoldami v trojrozmernom euklidovskom priestore. Našou úlohou je popísať manifold tak, aby tento popis obsahoval čo najviac informácií potrebných pre rôzne výpočtové, vykresľovacie, ... algoritmy. Reprezentácie sa vyberajú na základe viacerých kritérií:

- Možnosť jednoduchej deformácie (transformácie)
- Booleovské operácie (zjednotenie, prienik, rozdiel)
- Popis hranice aj vnútra objektu
- Jednoduché topologické prehl'adavanie
- Zistenie príslušnosti bodu v priestore a telesa
- Výpočtová a pamäťová nročnosť potrebných algoritmov (napr. prienik s lúčom)
- Spôsobu vizualizácie (pomocou trojuholníkov, raytracing, objemová vizualizácia)
- Spôsobu tvorby a modelovania

Základné reprezentácie objektov sú nasledovné:

- Hraničná reprezentácia
- Objemová reprezentácia diskretná
- Funkcionálna reprezentácia
- CSG
- Trojparametrická reprezentácia

Hraničná reprezentácia (Boundary representation, B-rep) popisuje iba hranicu daného objektu. Existuje viacero spôsobov na popísanie tejto hranice:

- Polyhedrálna reprezentácia. Hranica objektu je popísaná ako množina spojitých mnohoúhľovníkov, táto množina sa nazýva aj mesh. Vykresľovanie takejto reprezentácie je najjednoduchšie, ma natívnu podporu v grafickej karte. Booleovské operácie, príslušnosť bodu k telesu a zložitejšie transformácie sa uskutočňujú ťažšie a dochádza pri nich často k numerickej nestabilite. Samotné geometrické a topologické informácie môžu byť uložené pomocou roznych štruktúr, tieto si popíšeme presnejšie neskôr.
- Implicitné povrchy. Hranica je reprezentovaná ako jedna funkcia  $f: E^3 \rightarrow R$ . Potom body hranice telesa sú všetky také body  $x$ , pre ktoré  $f(x)=0$ . Príkladom môže byť implicitné vyjadrenie povrchu gule s polomerom  $r$ , pre ktoré je  $f(x,y,z)=x^2+y^2+z^2-r^2$ . V tejto reprezentácii je jednoduché určiť príslušnosť bodu k telesu, pre body vnútri telesa platí  $f(x,y,z)<0$ , pre body mimo telesa  $f(x,y,z)>0$ . Podobne Booleovské operácie majú jednoduchý predpis v tejto reprezentácii. Na algoritmy ako prienik s lúčom sa používajú algebraické alebo numerické výpočty (newtonova metóda). Vizualizácia sa uskutočňuje aproximáciou plochy pomocou meshu (algoritmus marching cubes, marching tetrahedra) alebo pomocou raytracingu. Implicitné povrchy je možné získavať roznyimi spôsobmi, jedným z nich je vytvorenie potenciálnych polí okolo bodov a úsečiek (blobby models).

- Parametrická reprezentácia. Reprezentácia používa parametrické plochy na popis hranice. Najčastejšie sa používajú polnómiálne alebo po častiach polnómiálne (splajnové) plochy. Existujú rôzne formy popisu týchto plôch, napr. Bézierove, NURBS, Coonsove záplaty. Vizualizačné a modelovacie algoritmy pracujú väčšinou s aproximáciou a numerickým výpočtom na danej ploche. Plochy sa vykresľujú ako mesh alebo pomocou metódy raytracing. Do tejto časti patria aj prerozdeľovacie (subdivision) plochy, pri ktorých je možné jednoduché riadenie hĺbkovej aproximácie a tvoria spojivo medzi polyhedrálnou a parametrickou reprezentáciou. Na určenie topologickej spojitosti medzi jednotlivými záplatami sa môže

Objemová reprezentácia popisuje teleso ako konečnú množinu malých elementov. Tieto elementy sa nazývajú voxle. Pre jednoduchosť majú tieto elementy tvar kvádrov alebo štvorstenov a môžu byť usporiadané do pravidelnejších mriežok (uniformný grid, octree, ...). Existuje úzka spojitosť tejto reprezentácie s implicitnou a funkcionálnou reprezentáciou. Používa sa hlavne pri medicínskej vizualizácii.

Funkcionálna reprezentácia je rozšírením implicitnej reprezentácie. V tomto prípade je objekt definovaný ako množina bodov z priestoru takých, že  $f(x,y,z) \geq 0$ . Spojitá funkcia  $f$  popisuje dané teleso. Určenie Booleovských operácií je jednoduché:

$$f_1 \cup f_2 = f_1 + f_2 + \sqrt{f_1^2 + f_2^2}$$

$$f_1 \cap f_2 = f_1 + f_2 - \sqrt{f_1^2 + f_2^2}$$

$$f_1 \setminus f_2 = f_1 \& (-f_2)$$

Existuje jazyk na popis objektov v tejto reprezentácii, relevantné informácie sa dajú nájsť na web stránke <http://www.hyperfun.org>. Reprezentácia sa dá využiť na mnohé modelovacie techniky, napr. blending, morfovanie, zložité transformácie. Vizualizácia sa uskutočňuje pomocou polygonalizácie, tiež sa dá použiť aj raytracing.

CSG (Constructive Solid Geometry) popisuje objekt ako súbor operácií (prienik, zjednotenie, ...) a základných objektov (guľa, kváder,...). CSG reprezentácia objektu je potom strom, v ktorom listy predstavujú základné objekty a ďalšie vrcholy grafu predstavujú operácie.

Trojparametrická reprezentácia je rozšírením parametrickej reprezentácie pre hraničnú reprezentáciu. Objekt sa skladá z trojparametrických telies, každý z nich popísaný jednou funkciou  $f(u,v,w): \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$ . Parametre  $u,v,w$  sú z nejakého definičného oboru. Najčastejšie je táto funkcia zapísaná v Bézierovom alebo NURBS tvare.